


Python fácil

Arnaldo Pérez Castaño

000023592
33

Alfaomega

 **marcombo**
ediciones técnicas

MTN: 00000 23592

005.123

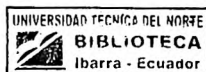
. P47

Phy.

2016

Python fácil

< ORIENTADO A OBJETOS >
< PROGRAMACIÓN INTERATIVA >
< PYTHON >



Python fácil

Arnaldo Pérez Castaño

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE	
BIBLIOTECA	
Via de adquisición: <u>Cover</u>	
Documento No. <u>CF-1217/590</u>	
Fecha: <u>22-03-2019</u>	
Valor unitario: <u>14,00</u>	
Codigo de Barras: <u>02135</u>	
Anexos: _____	

Pérez, Arnaldo
Python fácil
Primera Edición

Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., México

ISBN: 978-607-622-661-2

Formato: 17 x 23 cm

Páginas: 284

Python fácil

Arnaldo Pérez Castaño

ISBN: 978-84-267-2212-6, edición en español publicada por MARCOMBO, S.A., Barcelona, España
Derechos reservados © 2016 MARCOMBO, S.A.

Primera edición: Alfaomega Grupo Editor, México, abril 2016

© 2016 Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

Dr. Isidoro Olvera (Eje 2 sur) No. 74, Col. Doctores, 06720, Ciudad de México.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana
Registro No. 2317

Pág. Web: <http://www.alfaomega.com.co>

E-mail: cliente@alfaomegacolombiana.com

ISBN: 978-958-778-221-9

Derechos reservados:

Esta obra es propiedad intelectual de su autor y los derechos de publicación en lengua española han sido legalmente transferidos al editor. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio sin permiso por escrito del propietario de los derechos del copyright.

Nota importante:

La información contenida en esta obra tiene un fin exclusivamente didáctico y, por lo tanto, no está previsto su aprovechamiento a nivel profesional o industrial. Las indicaciones técnicas y programas incluidos, han sido elaborados con gran cuidado por el autor y reproducidos bajo estrictas normas de control. ALFAOMEGA GRUPO EDITOR, S.A. de C.V. no será jurídicamente responsable por: errores u omisiones; daños y perjuicios que se pudieran atribuir al uso de la información comprendida en este libro, ni por la utilización indebida que pudiera dársele.

Edición autorizada para venta en Colombia y todo el continente americano.

Impreso en Colombia, noviembre de 2016. Printed in Colombia.

Empresas del grupo:

México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. – Dr. Isidoro Olvera (Eje 2 sur) No. 74, Col. Doctores, C.P. 06720, Del. Cuauhtémoc, Ciudad de México – Tel.: (52-55) 5575-5022 – Fax: (52-55) 5575-2420 / 2490.
Sin costo: 01-800-020-4396 – E-mail: atencionalcliente@alfaomega.com.mx

Colombia: Alfaomega Colombiana S.A. – Calle 62 No. 20-46, Barrio San Luis, Bogotá, Colombia,
Tels.: (57-1) 746 0102 / 210 0122 – E-mail: cliente@alfaomegacolombiana.com

Chile: Alfaomega Grupo Editor, S.A. – Av. Providencia 1443. Oficina 24, Santiago, Chile
Tel.: (56-2) 2235-4248 – Fax: (56-2) 2235-5786 – E-mail: agechile@alfaomega.cl

Argentina: Alfaomega Grupo Editor Argentino, S.A. – Paraguay 1307 P.B. Of. 11, C.P. 1057, Buenos Aires,
Argentina, – Tel./Fax: (54-11) 4811-0887 y 4811 7183 – E-mail: ventas@alfaomegaeditor.com.ar

CONTENIDO

CAPÍTULO 1. Introducción	1
1.1. Instalando Python	1
1.2. Características	3
1.3. La Máquina virtual	5
1.4. Entornos de Desarrollo Integrado	5
1.5. Sintaxis básica	7
1.6. Módulos	7
1.6.1. <i>Sentencia import</i>	7
1.7. Modo intérprete vs. modo script	9
1.8. Diferentes versiones	9
1.9. Relación con otros lenguajes	10
1.9.1. <i>PHP</i>	10
1.9.2. <i>Java</i>	10
1.9.3. <i>CSharp</i>	11
1.10. Implementaciones del lenguaje	12
Ejercicios del capítulo	12
CAPÍTULO 2. Elementos del lenguaje	13
2.1. Estructura léxica	13
2.1.1. <i>Indentación</i>	13
2.1.2. <i>Tokens</i>	14
2.1.3. <i>Identificadores</i>	14
2.1.4. <i>Literales</i>	15
2.1.5. <i>Delimitadores</i>	15
2.1.6. <i>Sentencias</i>	15
2.1.7. <i>Palabras claves</i>	16
2.2. Variables	16
2.2.1. <i>Variables de entorno</i>	17
2.3. Tipos de datos	19
2.3.1. <i>Secuencias</i>	19
2.3.1.1. <i>Cadenas</i>	19

2.3.1.2. Listas	21
2.3.1.3. Tuplas	22
2.3.2. Diccionarios	22
2.3.3. Numéricos	23
2.3.4. None	25
2.3.5. Booleanos	25
2.3.6. Conjuntos	26
2.4. Operadores de comparación	26
2.5. Operadores aritméticos	27
2.6. Operadores lógicos	29
2.7. Operadores sobre bits	30
2.8. Operadores de asignación	33
2.9. Otros operadores	34
2.10. Operaciones	35
2.10.1. Tipos numéricos	35
2.10.2. Secuencias	35
2.10.3. Diccionarios	40
2.11. Objetos	41
2.11.1. Todo es un objeto en Python	42
2.12. Funciones	42
2.12.1. Argumentos	42
2.12.2. Funciones anidadas	44
2.12.3. Generadores	45
2.12.4. Recursión	46
2.12.5. Funciones nativas	46
2.13. Clases	49
2.14. Estructuras de control	51
2.14.1. Sentencia for	52
2.14.2. Sentencia while	54
2.14.3. Sentencia if	55
2.15. Funciones de entrada/salida	56
2.15.1. 'Hola Mundo' en Python	57
Ejercicios del capítulo	58

CAPÍTULO 3. Paradigmas de programación	59
3.1. El paradigma orientado a objetos	59
3.1.1. Objetos	59
3.1.2. Herencia	60
3.1.2.1. Herencia diamante	65
3.1.3. Polimorfismo	66
3.1.4. Encapsulación	67
3.1.5. Instancia de una clase	70
3.1.6. Método <code>__init()</code>	71
3.1.7. Argumento <code>self</code>	72
3.1.8. Sobrecarga de operadores	72
3.1.9. Propiedades	75
3.1.10. Métodos estáticos y de clase	77
3.1.11. POO y la reusabilidad	78
3.1.12. Módulos vs Clases	80
3.1.13. Extensión de tipos	80
3.1.13.1. Subclassing	81
3.1.14. Clases de "Nuevo Estilo"	83
3.1.15. Atributos privados	83
3.2. El paradigma funcional	84
3.2.1. Expresiones <i>lambda</i>	85
3.2.2. Función <code>map()</code>	86
3.2.3. Función <code>reduce()</code>	87
3.2.4. Función <code>filter()</code>	88
3.2.5. Función <code>zip</code>	89
3.2.6. Listas por comprensión	89
3.2.7. Funciones de orden superior	90
Ejercicios del capítulo	92
CAPÍTULO 4. Iteradores y Generadores	93
4.1. Obteniendo un iterador	93
4.2. Ordenando una secuencia	95
4.3. Generando la secuencia de Fibonacci	96
4.4. Mezclando secuencias ordenadas	97

6.3. Procesamiento de texto plano	141
6.3.1. Leyendo un fichero de texto con formato CSV.....	145
6.3.2. Escribiendo a un fichero de texto.....	146
6.4. Procesamiento de CSV	148
6.5. Procesamiento de ficheros comprimidos.....	149
6.5.1. Archivos Zip	150
6.5.2. Archivos Tar.....	154
Ejercicios del capítulo.....	158
CAPÍTULO 7. Estructuras de datos y algoritmos.....	161
7.1. Estructuras de datos.....	161
7.1.1. Pilas	161
7.1.2. Colas	165
7.1.3. Listas enlazadas	174
7.1.4. Listas ordenadas.....	182
7.1.5. Árboles.....	184
7.1.5.1. Binarios de Búsqueda.....	194
7.1.5.2. AVL.....	208
7.1.5.3. Rojo negro	219
7.1.5.4. Trie	233
7.1.5.5. Quad Tree.....	239
7.1.6. Grafos	244
7.1.6.1. Digrafos	247
7.2. Algoritmos	249
7.2.1. Prueba de primalidad	251
7.2.2. Ordenamiento	253
7.2.2.1. Mínimos sucesivos	254
7.2.2.2. InsertionSort	255
7.2.2.3. QuickSort.....	257
7.2.2.4. MergeSort.....	259
7.2.3. Potenciación binaria.....	262
7.2.4. Grafos	263
7.2.4.1. DFS	263
7.2.4.2. BFS.....	266

7.2.4.3. k-coloración	266
Ejercicios	269
BIBLIOGRAFÍA.....	271

CAPÍTULO 1.

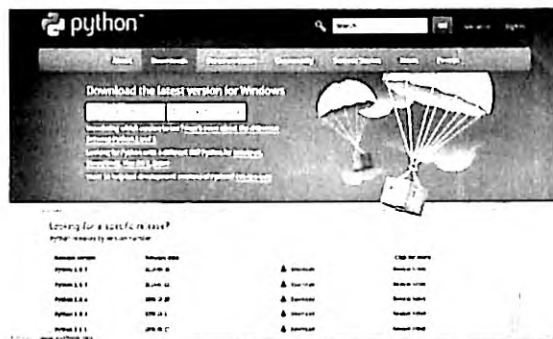
Introducción

Un interrogante común para muchas personas que se adentran en el mundo de la programación es la siguiente: ¿qué es Python? Dando respuesta a esta cuestión, Python es un lenguaje de programación que ha adquirido considerable popularidad entre programadores, aficionados y estudiantes por su alto nivel de expresividad, sus códigos compactos y elegantes, su sencillez y su capacidad para crear tanto aplicaciones de escritorio como aplicaciones web. Grandes empresas como Google o la NASA utilizan Python extensivamente en sus proyectos.

El lenguaje fue creado a comienzos de los noventa como sucesor del lenguaje ABC. Su creador Guido Van Rossum es un científico de la computación nacido en los Países Bajos y el nombre del lenguaje proviene de la serie de televisión del Reino Unido *Monty Python*, de la cual Guido es fanático. Actualmente es uno de los lenguajes que cuenta con mayor soporte en el mundo entero con versiones públicas que se lanzan cada seis meses aproximadamente. En este libro trataremos con la versión 3.1 y todos los ejemplos que se expongan se supondrán implementados en dicha versión.

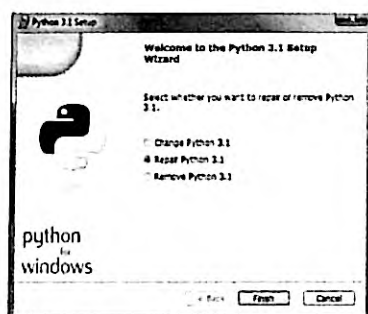
1.1 Instalando Python

Para instalar Python primeramente debe descargar el paquete de instalación de Windows desde el sitio oficial de la Python Software Foundation <https://www.python.org/downloads/>.



Python fácil

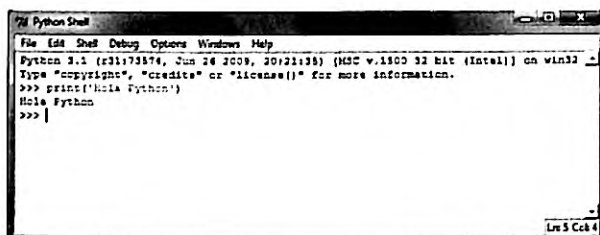
El paquete seleccionado para ser usado en este libro es *python-3.1.msi* para Windows y la carpeta por defecto para la instalación se define en la raíz del disco del sistema.



Una vez instalado el paquete usted puede acceder al Ambiente de Desarrollo Integrado (IDLE según sus siglas en inglés) que instala el paquete.

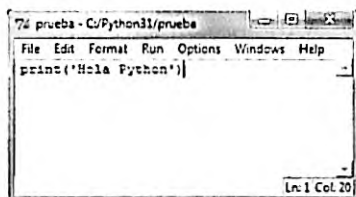


El IDLE contiene un intérprete que permite fácilmente ejecutar sentencias, realizar pruebas y crear pequeñas funciones. También ofrece la opción de depurar código y un visor de pila en el menú *Debug*.

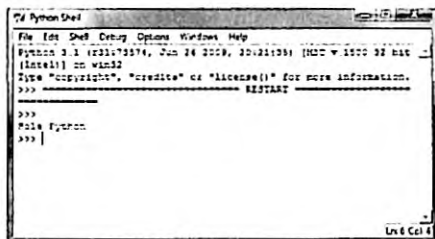


Es posible crear módulos mediante la ruta *File->New Window*, los módulos serán analizados en detalle próximamente. Solo para que el lector comprenda en este punto, un módulo es básicamente una unidad que empaqueta funcionalidad.

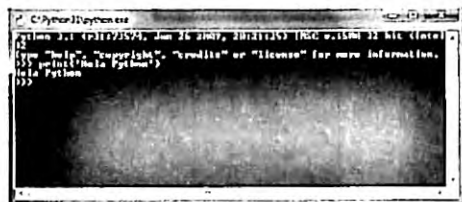
El módulo que se observa a continuación, de nombre prueba.py, realiza un llamado a la función `print` con el texto 'Hola Python'. Este módulo puede ejecutarse a través del menú `Run->Run Module`.



Luego de ejecutar el módulo anterior.



El paquete también viene acompañado de una consola a modo de intérprete.



Finalmente una amplia documentación que contiene detalles de funciones, clases, etc. acompaña al paquete.

1.2 Características

Actualmente Python es un lenguaje que goza de gran aceptación, y no solo entre estudiantes y aficionados, sino que ahora también se comienza a utilizar en ámbitos científicos y en el procesamiento de grandes volúmenes de información. Algunas de sus características distintivas son las siguientes:

- Es un lenguaje multiparadigma, soporta y favorece la programación orientada a objetos y tiene vestigios de la programación funcional y la estructurada.

- Tiene una sintaxis limpia y reducida que propicia la creación de códigos muy legibles y compactos.
- Es gratuito y libre, un caso claro de Open Source Software - Gratuito/Libre y Software de Fuente Abierta. En otras palabras, pueden distribuirse libremente copias del *software*, puede leerse su código fuente, llevar a cabo cambios, usar partes del mismo en nuevos programas libres, y, de manera general, se puede acometer cualquier acción que se desee con los códigos fuente. Se basa en la idea de una comunidad que comparta conocimiento y esta comunidad resulta un pilar fundamental en los avances que tiene el lenguaje día a día.
- Es multiplataforma, portable. Dado que el lenguaje es Open Source es soportado en diversas plataformas por lo que el código que se desarrolle en una determinada plataforma será compatible y ejecutable en otras plataformas. A pesar de esto, se debe ser lo suficientemente precavido para evitar la inclusión de características con dependencia de sistema en el código (librerías o módulos que operen solo en un sistema en particular). Python puede utilizarse sobre Linux, Windows, Macintosh, Solaris, OS/2, Amiga, AROS, AS/400, BeOS, OS/390, z/OS, Palm OS, QNX, VMS, Psion, Acorn RISC OS, VxWorks, PlayStation, Sharp Zaurus, Windows CE y PocketPC.
- Es un lenguaje interpretado. Los programas desarrollados en lenguajes compilados como C o C++ se traducen de un lenguaje fuente a otro lenguaje comprensible por un ordenador (código binario, secuencias de ceros y unos) empleando un programa conocido como compilador. Cuando se ejecuta un programa, el *software* encargado de esta tarea guarda el código binario en la memoria del ordenador e inicia la ejecución desde la primera instrucción. Cuando se emplea un lenguaje interpretado como Python, no existen compilaciones separadas ni pasos de ejecución, simplemente se ejecuta el programa desde el código fuente. Intrínsecamente, Python convierte el código fuente a una representación intermedia conocida como *bytecodes* y luego lo traduce a un lenguaje nativo en el ordenador para finalmente ejecutarlo. Es por ello que de alguna forma es mucho más sencillo que otros lenguajes. He ahí su carácter portable, la mera copia del código de un programa en Python a cualquier otro sistema resultará en el mismo programa, considerando por supuesto la existencia de los módulos, librerías de los que hace uso el programa en cada sistema.
- Administración automática de memoria.
- En general, es fácil de aprender.

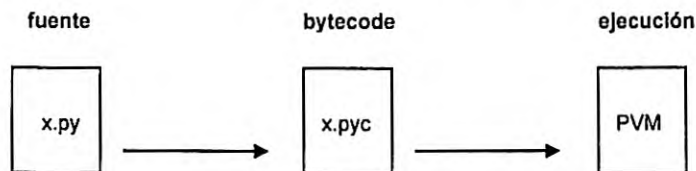
Durante las próximas secciones se abordarán temas que ayudarán a comprender mejor algunas de las particularidades mencionadas previamente. También se describirá el entorno de trabajo que se utilizará en el transcurso de este libro para desarrollar los diferentes códigos de ejemplos.

1.3 Máquina Virtual

Desde un punto de vista general, un programa en Python es simplemente un fichero compuesto por un conjunto de sentencias del lenguaje. Este fichero, que no es más que un fichero de texto plano con extensión `.py`, puede crearse con cualquier editor de texto y luego ser provisto de un conjunto de sentencias. Una vez que se haya definido este conjunto es necesario indicar a Python que ejecute el código, lo cual se traduce en ejecutar cada sentencia en el fichero de arriba hasta abajo. Esta acción puede llevarse a cabo a través de un comando en la consola de Python o simplemente mediante un botón *Run (Ejecutar)* en el entorno de desarrollo utilizado.

Cuando finalmente se realiza la acción de ejecutar el código sucede que es compilado a una forma intermedia llamada *bytecode* y luego éste es suministrado a la Máquina Virtual de Python (PVM según sus siglas en inglés) que es el motor de ejecución de Python.

Bytecode es una representación intermedia del código fuente, es una traducción del código a un formato de bajo nivel que no es binario sino una especificación del propio lenguaje y que es independiente de la plataforma. El *bytecode* generado suele almacenarse en el disco duro como un fichero con extensión `.pyc`, `c` de compiled y se almacena con el objetivo de acelerar la ejecución del programa que para ejecuciones sucesivas reutilizará este *bytecode* generado y evitará, de ser posible, el paso de la compilación. Para conocer si puede evitarse la etapa de compilación se revisan las marcas de tiempo del fichero fuente y del fichero *bytecode*, de ser distintas se procede a la compilación. Luego se suministra el *bytecode* a la Máquina Virtual de Python (PVM)

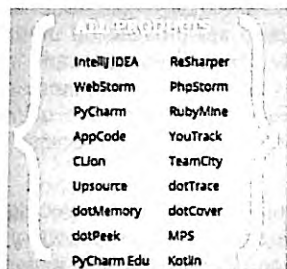


La PVM consiste básicamente en un ciclo que ejecuta todas las instrucciones contenidas en el fichero `.pyc` y forma parte del sistema instalado en el paquete de Python, es el último paso del conocido intérprete de Python.

1.4 Entornos de Desarrollo Integrados

Un Entorno de Desarrollo Integrado (IDE según sus siglas en inglés, *Integrated Development Environment*) es un programa que incluye un editor de texto, uno o varios compiladores, depuradores y, en algunos casos, sistemas para desarrollar interfaces gráficas. Es una herramienta que contribuye a facilitar y humanizar la tarea del programador ofreciendo un ambiente cómodo para desarrollar aplicaciones.

El entorno utilizado en este libro corresponde a un producto de JetBrains, empresa líder en el desarrollo de herramientas de este estilo. Una lista con todas las herramientas de la compañía puede encontrarse en su sitio oficial <http://www.jetbrains.com>.

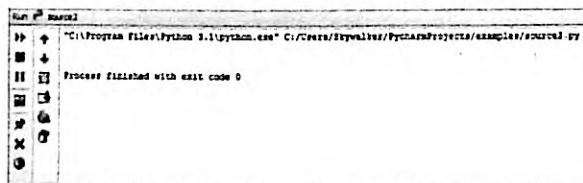


Entre los productos que el autor ha utilizado y recomienda al lector se encuentran WebStorm (desarrollo web, HTML, CSS, Node.js), ReSharper (Visual Studio), PhpStorm (desarrollo web, PHP) y finalmente PyCharm que será el IDE empleado en todos los códigos de este libro.



PyCharm provee muchas facilidades para desarrollar aplicaciones: incluye autocompletamiento (siempre que es posible), permite crear proyectos vacíos o siguiendo plantillas para proyectos Django, Google App Engine, etc., y también incluye soporte para crear código HTML y JavaScript.

El entorno de trabajo posee un panel de salida que de manera predeterminada aparece en la parte inferior y donde es posible visualizar las impresiones realizadas en el código.



Este panel será visto durante los siguientes capítulos para mostrar los resultados de los diferentes ejemplos del libro.

1.5 Sintaxis básica

Python es un lenguaje que propicia la creación de código legible y compacto. Tiene la característica de ser altamente dinámico por lo que su sintaxis carece de la declaración del tipo de variables, lo cual puede resultar en diversas ocasiones en beneficio de una sintaxis clara y concisa. Se encuentra muy cercano a la forma en que nosotros los seres humanos realizamos órdenes a otros, por ejemplo suponiendo que alguien desee, de manera imperativa, orientar a otra persona que imprima un cartel que diga 'Hola Python', entonces en un lenguaje como Python se procedería de la siguiente forma:

```
print('Hola Python')
```

En este caso *print* es el tipo de orden o comando, *print* contiene la descripción de la orden y cómo debe ejecutarse mientras que 'Hola Python' es aquello que utiliza la orden para realizarse, es un prerequisite.

```
def suma(self,*matrices):
    for i in range(self.filas):
        fila = []
        for j in range(self.columnas):
            temp = self.elens[i][j]
            for m in matrices:
                temp += m.elens[i][j]
            fila.append(temp)
        yield fila
```

Python es un lenguaje basado en la *indentación*, no utiliza bloques de instrucciones encerrados entre llaves ({ }) como los lenguajes de la familia C, Java o JavaScript, sino que solo se basa en la indentación a nivel de funciones, clases, etc. La indentación es lo que se conoce comúnmente como sangría, o sea, separar el texto del margen izquierdo mediante la introducción de espacios o tabuladores para así darle un orden visual y lógico al código. Afortunadamente PyCharm delimita mediante líneas blancas las divisiones lógicas de la indentación y favorece así la identificación de los límites de indentación. Obsérvese el código anterior.

1.6 Módulos

Los módulos son objetos contenedores que organizan de manera recursiva el código en Python; se dice de manera recursiva porque, al ser objetos, un módulo puede contener objetos y también otros módulos. Cada módulo tiene un espacio de nombres asociado que se puede ver como el nombre del propio módulo.

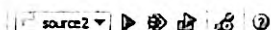
1.6.1 Sentencia import

La palabra clave utilizada para importar un módulo es *import* y una vez que se importa pueden utilizarse todos los objetos que en este se contienen. En el siguiente ejemplo se importa el módulo *math*, que contiene funciones y constantes matemáticas. Para que el lector comience a conocer el lenguaje debe saber que en Python todo se considera un objeto, eso incluye a las funciones.

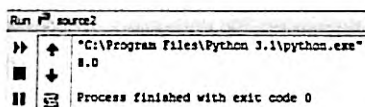
Python fácil

```
import math  
  
print(math.pow(2,3))
```

Para ejecutar el código anterior debe presionarse el botón *Run* o *Ejecutar*, que se encuentra en la parte superior de la interfaz gráfica de PyCharm.



Una vez presionado, se ejecutará el código, el cual debe estar en un archivo de Python previamente creado en el menú *File* o *Archivo*. El panel de salida mostrará los resultados.



En este caso se ha utilizado la función *pow(x, y)* del módulo *math* que devuelve el resultado de elevar el número *x* a la potencia *y*. Una sentencia similar a *import* también puede encontrarse en otros lenguajes de programación.

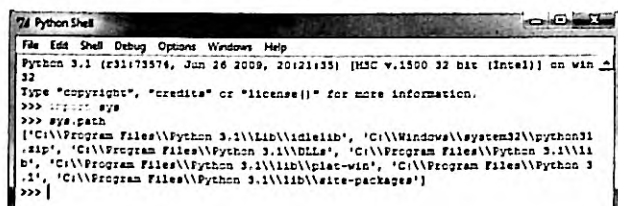
C# using System.Text

C++ #include<math.h>

Java import java.util

Los módulos ofrecen varias ventajas entre ellas la más notable es la reutilización de código, ya que como se mencionó anteriormente, un módulo sirve como contenedor de funcionalidad. Además de módulos, Python también incluye otro tipo de contenedor conocido como paquetes. Un paquete es un módulo de Python que contiene otros módulos y/o paquetes. La diferencia entre un paquete y un módulo radica en que el primero contiene un atributo `__path__` que representa la ruta en el disco duro donde está almacenado el paquete. Desde un punto de vista físico, los ficheros con extensión `.py` son módulos, mientras que cualquier directorio que contenga un archivo con nombre `__init__.py` representa un paquete. Así se puede resumir que los módulos son ficheros y los paquetes pueden ser ficheros o directorios con ficheros.

El *Python Path* indica las rutas donde se buscarán los módulos, dicha ruta puede consultarse por medio de la variable *path* del módulo *sys* (sistema).

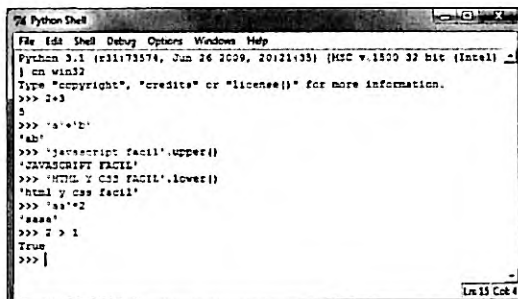


Un punto relevante a destacar en el *Python Path* reside en el hecho de que la estructura de datos utilizada para almacenar las cadenas es una lista y las listas

son objetos **mutables** (pueden sufrir cambios). Esto se traduce en que si manipulamos el Python Path podemos indicar nuevas rutas a Python para que busque módulos y paquetes.

1.7 Modo intérprete vs. modo script

En Python existen dos modos para ejecutar sus códigos: el modo intérprete o interactivo y el modo script. El primero resulta bastante útil cuando se desea probar códigos pequeños, funciones, operadores u operaciones del lenguaje, etc. En este caso, el intérprete de Python interpreta y ejecuta cada sentencia y retorna un resultado, en caso de existir.



```
Python 3.1 (r31173574, Jun 26 2009, 20:21:35) [MSC v.1500 32 bit (Intel)]
> on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> 2+3
5
>>> 'a'+12
'ab'
>>> 'javascript facil'.upper()
'JAVASCRIPT FACIL'
>>> 'HTML Y CSS FACIL'.lower()
'html y css facil'
>>> 'as'*2
'asas'
>>> 2 > 1
True
>>> |
```

La segunda opción se basa en la idea de un conjunto de sentencias que conformen un *script* o fichero. En este caso se interpretan y ejecutan las sentencias en su totalidad y no una a una como sucede con el modo intérprete. En el IDE de JetBrains PyCharm trabajamos siempre en modo *script*, definiendo un conjunto de sentencias y obteniendo como resultado la ejecución de todas las sentencias del archivo, como un todo. En modo *script* es posible guardar los ficheros que representan el código del programa mientras que en el modo interactivo evidentemente no existe esta posibilidad. El intérprete puede ser útil para llevar a cabo experimentos pero para desarrollar un programa siempre debe utilizarse el modo *script*.

1.8 Diferentes versiones

El mantenimiento y desarrollo de Python es guiado por Guido Van Rossum junto a un equipo de desarrolladores del núcleo del lenguaje. Guido tiene la última palabra en lo que respecta a la inclusión de librerías y lo que se añade o no en el lenguaje; es, como se dice popularmente, el Dictador Benévolo de por Vida. La propiedad intelectual de Python pertenece a la Python Software Foundation, una organización sin ánimo de lucro encargada de promover el lenguaje.

Los cambios propuestos para Python son detallados en documentos llamados Propuestas de Ampliaciones de Python (en inglés *Python Enhancement Proposals*). Estas son debatidas por los desarrolladores y la comunidad de Python y finalmente aprobadas o rechazadas por Guido. Muchas personas contribuyen a mejorar el lenguaje a través de discusiones, reportes de errores, creación de librerías, etc.

Nuevas versiones de Python pueden introducir cambios así como facilitar el uso del lenguaje y añadirle posibilidades.

1.9 Relación con otros lenguajes

En esta sección se realizará una comparación entre Python y algunos de los lenguajes más populares de la actualidad. El objetivo de esta comparación es que el lector pueda sacar conclusiones así como conocer las ventajas y desventajas que cada uno posee.

1.9.1 PHP

La siguiente tabla que asume varios criterios comparativos resume las diferencias entre los lenguajes de PHP y Python en torno a los criterios tenidos en cuenta.

Criterio	PHP	Python
Popularidad del lenguaje	Mayor	Menor
Discusiones del lenguaje	Menor	Mayor
Tipado	Débilmente	Dinámico
Sitios desarrollados con el lenguaje	Facebook, Wikipedia	Google, YouTube
Diseñado para	Desarrollo web	Propósito general
Usabilidad	Sigue un patrón clásico, usabilidad media	Lenguaje legible y usable
Fácil de aprender	No tanto si se comienza de cero	Genial para novatos, estudiantes

El límite principal que presenta PHP es que es un lenguaje para la web; en cambio, Python es de propósito general, puede hacerse uso del lenguaje en marcos de trabajo web como Django y también es posible desarrollar aplicaciones de escritorio utilizando PyQt o Tkinter.

1.9.2 Java

Al igual que en la sección anterior en esta se presenta una tabla comparativa, esta vez entre los lenguajes de Python y Java.

Criterio	Java	Python
Tipado	Estático	Dinámico
División de código	Llaves	Indentación
Usabilidad	Sigue un patrón clásico, usabilidad media	Lenguaje legible y usable
Fácil de aprender	Fácil	Genial para novatos, estudiantes
Diseñado para	Propósito general	Propósito general

Python y Java son ambos lenguajes de propósito general y ambos emplean una máquina virtual para ejecutar sus códigos. Java sigue un enfoque sintáctico similar a aquellos de los lenguajes de la familia C, mientras que Python es altamente dinámico y nunca requiere la declaración del tipo de una variable.

1.9.3 CSharp

Finalmente se realiza una comparación entre Python y un miembro de la plataforma .NET, que comparte varias similitudes con Python; este lenguaje es CSharp.

Criterio	CSharp	Python
Tipado	Estático, aunque incluye inferencia de tipos	Dinámico
División de código	Llaves	Indentación
Usabilidad	Sigue un patrón clásico, usabilidad media	Lenguaje legible y usable
Fácil de aprender	Fácil	Genial para novatos, estudiantes
Diseñado para	Propósito general	Propósito general
Rendimiento	Se le atribuye un rendimiento ligeramente mejor	Rendimiento ligeramente menor
Multiparadigma	Orientado a objetos, Funcional, Estructurada	Orientado a objetos, Funcional, Estructurada

Ambos lenguajes son bastante fáciles de aprender, Python siempre con puntos adicionales en este apartado dado su alta legibilidad. Ambos son de propósito general y existen marcos de trabajo web bastante populares para cada lenguaje, ASP .NET MVC para CSharp y Django para Python. Son multiparadigma y soportan la programación funcional. En próximos capítulos veremos cómo Python brinda facilidades para hacer uso de este paradigma de programación.

1.10 Implementaciones del lenguaje

Una implementación de Python es el modelo de ejecución analizado en la sección 1.3 o una variación del mismo. Las implementaciones más conocidas de Python son CPython, Jython e IronPython.

CPython corresponde con la versión clásica de Python, la más actualizada, optimizada y completa de las implementaciones del lenguaje. Aquella que ha sido mencionada y será estudiada en este libro. CPython está conformada por un compilador, un intérprete y un conjunto de módulos escritos en C que pueden utilizarse en cualquier plataforma cuyo compilador C vaya de acuerdo con la especificación estándar ISO/IEC 9899:1990.

Jython es la implementación de Python para cualquier Máquina Virtual de Java (JVM según sus siglas en inglés) que esté acorde con Java 1.2 o superior. Con Jython es posible utilizar todas las librerías y marcos de trabajo de Java.

Finalmente IronPython es la implementación de Python para la CLR (*Common Language Runtime*), la máquina virtual de .NET. En analogía con Jython, IronPython permite hacer uso de todas las librerías y marcos de trabajo de la plataforma.

Ejercicios del capítulo

1. Responda V o F. Justifique en caso de ser falso:
 - a) Python no es un lenguaje multiparadigma.
 - b) Python utiliza llaves para delimitar bloques de código.
 - c) El *bytecode* siempre es generado sin importar si el código fuente ha sufrido cambios o no.
 - d) La ejecución del código fuente es llevada a cabo finalmente por la Máquina Virtual de Python (PVM).
 - e) Python posee una sintaxis clara la cual favorece la creación de código legible.

CAPÍTULO 2.

Elementos del lenguaje

La popularidad de Python viene dada sin duda alguna por algunas de sus características más llamativas. Entre estas particularidades cabe mencionar su expresividad, obtenida a través de una estructura sintáctica organizada, concisa, clara. El hecho de ser un lenguaje multiparadigma y de alto nivel, con una evidente inclinación hacia el paradigma de la programación orientada a objetos, también ha contribuido a su aceptación e inclusión como lenguaje de preferencia de muchos en todo el mundo. El objetivo de este capítulo será entrar en detalles en la sintaxis de Python, en la forma en la que se indican variables, funciones, se definen clases, se utilizan operadores y demás cuestiones que resultan elementos esenciales en un lenguaje de programación.

2.1 Estructura léxica

La estructura léxica de un lenguaje es el conjunto de reglas que permiten formar un programa en ese lenguaje. Esta estructura se encuentra apoyada en una gramática que sirve como formalismo de esa estructura y que define la sintaxis y, en caso de ser una gramática atributada, también la semántica. Mediante esta estructura se define qué se entiende por una variable válida en el lenguaje, cómo se forman las estructuras de bucle, las estructuras de control de flujo, etc.

2.1.1 Identación

A diferencia de otros lenguajes como los de la familia C, Python no utiliza llaves ({ }) para delimitar bloques de código, tampoco utiliza símbolos delimitadores de sentencias como el clásico punto y coma (;). En su lugar, para reconocer y delimitar bloques de código utiliza un sistema basado en espacios a la izquierda conocido como indentación. La indentación es básicamente como la sangría en tipografía, esto es, la inserción de espacios o tabuladores para mover un texto hacia la derecha. Los programas en Python deben seguir un orden jerárquico de indentación para que su ejecución sea según lo esperado. Por ejemplo las sentencias que pertenezcan a un ciclo no pueden estar al mismo nivel de indentación que la definición del ciclo. El siguiente ejemplo ilustra un caso en que la indentación resulta errónea.

```
for i in lista:  
    print(i)
```

Considerando que la función *print* se encuentra definida al mismo nivel de indentación que el ciclo *for* entonces se asume que esta no pertenece al bloque de instrucciones del ciclo, por ende es un ciclo sin instrucciones, lo cual se traduce en un error. La manera correcta de definir el bucle sería la siguiente:

```
for i in lista:  
    print(i)
```

Es importante notar que las sentencias que tengan la misma connotación o jerarquía en el programa deben estar al mismo nivel de indentación. Si en el ejemplo anterior se quisiera imprimir siempre *i + 1* una opción válida sería el siguiente código:

```
for i in lista:  
    i = i + 1  
    print(i)
```

Como las sentencias *i = i + 1* y *print(i)* se encuentran al mismo nivel de indentación, entonces ambas se ejecutarán dentro del ciclo. Fíjese también en que el final de sentencia no va acompañado de un punto y coma sino de un cambio de línea.

2.1.2 Tokens

Los *tokens* son elementos esenciales que se definen en la gramática de un lenguaje. En el proceso de compilación estos elementos son extraídos por un componente conocido como lexicográfico y entregados al analizador sintáctico. Entre estos elementos figuran los identificadores, las palabras reservadas, los operadores, los literales y los delimitadores. Existen porciones de texto como los comentarios, que en el caso de Python aparecen precedidos del carácter *#* y son ignorados por el compilador. El compilador es un componente que se constituye de los analizadores previamente mencionados y de otras herramientas que contribuyen a que un programa en Python pueda ejecutarse en un ordenador.

2.1.3 Identificadores

Un identificador es un nombre utilizado para definir el nombre de una variable, función, clase, módulo u otro elemento del lenguaje. En Python los identificadores comienzan con una letra o un guion bajo (*_*) seguido por cero o más letras, guiones bajos o dígitos. Visto como una expresión regular un identificador puede ser cualquier expresión de: *(_)?(a...z|A...Z)+(a...z|A...Z|_|0...9)**. Fíjese en que se han considerado tanto letras en mayúsculas como en minúsculas, Python es case sensitive, lo cual quiere decir que el identificador "a" es diferente del identificador "A". Por convenciones en Python los identificadores de clases comienzan con mayúsculas y el resto en minúsculas, cuando un identificador comienza con guion bajo se supone que el elemento creado es privado. En el caso de que comience con dos guiones bajos, entonces por convención se supone que es fuertemente

privado y si termina también con dos guiones bajos entonces es un nombre especial definido en el lenguaje.

2.1.4 Literales

Los literales son representaciones sintácticas de valores primitivos soportados por un lenguaje de programación. Estos valores pueden ser enteros (Integer), coma flotante (Float), cadenas (String), binarios (Binary), etc. Considere el próximo código donde se muestran diferentes literales en Python y el tipo de valor al que se asocia.

```
2          # Integer
2.3        # Float
'Jazz'     # String
"Picasso"  # String
```

2.1.5 Delimitadores

Un delimitador puede cumplir, entre otras, la función de servir de organizador de código. A continuación una lista con los delimitadores de Python.

()	[]
{	}	,	:
.	'	=	;
+=	-=	*=	/=
//=	%=	&=	=
^=	>>=	<<=	**=

Las últimas dos filas contienen los conocidos como operadores de asignación incremental que no solo sirven como delimitadores sino también realizan una determinada operación.

2.1.6 Sentencias

Un programa en Python puede descomponerse en un conjunto de sentencias las cuales a su vez pueden ser descompuestas en sentencias simples y compuestas. Una sentencia simple, como pudiera ser, por ejemplo, una asignación es una sentencia que no contiene otras sentencias. Varias de estas sentencias pudieran aparecer en una misma línea separadas por el delimitador (;). Una sentencia compuesta como por ejemplo un ciclo es una sentencia que, de manera lógica y necesaria, requiere de otras sentencias en su cuerpo para cumplir una determinada función.

2.1.7 Palabras claves

Las palabras reservadas son *tokens* que generalmente no pueden utilizarse como identificadores y se escriben con letras minúsculas. Algunos de estos tokens son utilizados como operadores, palabras claves, etc. A continuación una tabla donde se detallan las palabras claves de Python:

and	as	assert	break
class	continue	def	del
elif	else	except	exec
finally	for	from	global
if	import	in	is
lambda	not	or	pass
print	raise	return	try
while	yield	False	None
True			

Es posible hacer uso de las palabras claves como identificadores si se les antepone un guion bajo, por ejemplo, `_def = 1`.

2.2 Variables

Las variables en Python no poseen un tipo intrínseco definido de manera predeterminada y una misma variable puede contener en diferentes estados de ejecución de un programa diferentes tipos de datos (entero, cadena, float, etc.). Las sentencias de asignación representan el mecanismo mediante el cual una variable, o más bien el nombre de una variable, es vinculado a la referencia de un objeto. La forma en la que Python accede a valores de datos es a través de referencias. Una referencia es un contenedor de una dirección de memoria donde se puede encontrar el «camino» al valor de un objeto. Un ejemplo sería el siguiente:

```
a = 1
```

La variable (*a*) que representa una referencia se encuentra ligada o vinculada a una dirección de memoria (por citar un ejemplo hipotético 0x003D) donde se encuentra el valor (1) de un objeto de tipo entero. Las variables en Python almacenan una referencia a un lugar en memoria donde se encontrará el valor del dato, esto en contraposición a las variables por valor que pueden encontrarse en diferentes lenguajes como CSharp y que almacenan directamente el valor que representan. Tenga en cuenta que CSharp no solo contiene tipos por valor sino también por referencia.

Si consideramos una situación como la que aparece en el próximo código, entonces estamos en presencia de un proceso llamado revinculación, donde una variable con una determinada referencia es revinculada para que contenga ahora una referencia que apunte hacia otro dato, en este caso un objeto *String* con valor *Hello New York*. Cuando un objeto deja de estar referenciado por alguna variable este es eventualmente eliminado gracias a un mecanismo que poseen muchos lenguajes modernos y que se relaciona con el manejo automático de memoria, y que es conocido como el recolector de basura (*garbage collector*).

```
a = 1
a = "Hello New York"
```

Una variable se dice que es global cuando está definida a nivel del *script* de Python; y local, cuando se ha definido en el interior de una función. Considere el siguiente ejemplo:

```
globalVar = 1

def function():
    localVar = 2
```

En caso de que se declare otra variable *globalVar* en el interior de la función, esta sobrescribirá a la anterior.

2.2.1 Variables de entorno

Las variables de entorno se encuentran fuera del sistema de Python y usualmente se manejan por medio de la línea de comandos o *Shell* del sistema operativo del usuario. Se utilizan para configurar determinados aspectos que son requeridos al momento de ejecutar programas del lenguaje. Uno de estos aspectos es el camino físico que utilizarán los programas para acceder a los diferentes módulos de la instalación de Python; el valor de la variable de entorno *PYTHONPATH* o *PATH* (en Python 3.1) se define con este propósito, esto es, la importación de módulos.

Desde Python es posible acceder a las variables de entorno mediante el objeto de tipo diccionario *os.environ* que se encuentra en el módulo *os*. En este caso las llaves del diccionario representan las variables de entorno. Considere el siguiente ejemplo en el que se accede al objeto y se imprimen todas las llaves desde el Shell de Python.

```
Python 3.1 (r31:73574, Jun 26 2009, 20:21:35) [MSC v.1500 32 bit (Intel)]
32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> import os
>>> os.environ.keys()
KeysView(<os._Environ object at 0x01641E30>)
>>> for key in os.environ.keys():
    print(key)
```

El código anterior tiene como resultado la siguiente lista de nombres de variables de entorno:

Python fácil

```
TMP
COMPUTERNAME
VS110COMNTOOLS
USERDOMAIN
PYTHON
PSMODULEPATH
COMMONPROGRAMFILES
PROCESSOR_IDENTIFIER
PROGRAMFILES
PROCESSOR_REVISION
SYSTEMROOT
HOME
FTSHOME
TK_LIBRARY
TEMP
PROCESSOR_ARCHITECTURE
TIX_LIBRARY
ALLUSERSPROFILE
LOCALAPPDATA
HOMEPATH
USERNAME
PYTHON_2.5
LOGONSERVER
SESSIONNAME
PROGRAMDATA
CLASSPATH
FTGHOME
TCL_LIBRARY
PATH
PATHEXT
ASL.LOG
FP_NO_HOST_CHECK
WINDIR
APPDATA
HOMEDRIVE
FHPRC
SYSTEMDRIVE
COMSPEC
NUMBER_OF_PROCESSORS
PROCESSOR_LEVEL
USERPROFILE
OS
PUBLIC
QTJAVA
>>>
```

Para conocer el valor de la variable PYTHON se accede mediante `os.environ` que como se mencionó previamente es un diccionario.

```
>>> os.environ['PATH']
'C:\\Program Files\\PHP\\;C:\\Program Files\\
ysX\\Common;C:\\Program Files\\MiKTeX 2.9\\m
Files\\Common Files\\Microsoft Shared\\Wind
stem32;C:\\Windows;C:\\Windows\\System32\\Wb
2\\WindowsPowerShell\\v1.0\\;C:\\Program Fil
form Installer\\;C:\\Program Files\\Microsof
Pages\\v1.0\\;C:\\Program Files\\Microsoft S
Binn\\;C:\\Program Files\\Notepad++\\;C:\\Pro
\\QTSys\\;C:\\Program Files\\Python 2.5.1\\
TLAB\\R2009a\\bin;C:\\Program Files\\MATLAB\\
\\Program Files\\TortoiseHg\\;C:\\Dev-Cpp\\bin
\\Program Files\\nodejs\\;C:\\Program Files\\
ows Performance Toolkit\\;C:\\Program Files\\
t Shared\\Windows Live;C:\\Users\\skywalker\\
C:\\Program Files\\GnuWin32\\bin;C:\\Bison\\
```

La modificación de los valores de las variables de entorno también se realiza a través del diccionario `os.environ`. Por ejemplo para modificar `PATH` se accedería a la llave y se realizaría el cambio definiendo los caminos separados por un delimitador (punto y coma en Windows).

```
>>> os.environ['PATH'] = 'caminos...'
```

2.3 Tipos de datos

Python es un lenguaje de alto nivel que considera a los objetos como ciudadanos de primer nivel de modo que todos los datos en el lenguaje son representados mediante objetos y cada objeto tiene un tipo. El tipo de un objeto determina las operaciones y atributos que posee y si puede ser alterado. Un objeto que puede ser modificado se dice que es mutable y, en caso contrario, se dice que es inmutable. En Python existen objetos predefinidos que permiten el manejo de los tipos de datos primitivos: cadenas, números, tuplas, listas y diccionarios. En secciones venideras se analizarán estos y otros tipos de datos del lenguaje.

2.3.1 Secuencias

Una secuencia es un contenedor de elementos ordenados a los cuales es posible acceder mediante un índice que consiste en un entero no negativo (mayor o igual a cero). Python ofrece tipos predefinidos de secuencias entre las cuales cabe mencionar las cadenas, listas y tuplas, todas ellas serán analizadas en las próximas subsecciones.

2.3.1.1 Cadenas

Una cadena (*string*) es un conjunto ordenado de caracteres que se utiliza para representar información textual. En Python, al igual que sucede en CSharp, las cadenas son objetos inmutables y cualquier operación sobre una cadena siempre devuelve otra que resulta de la operación requerida. En el código que aparece a continuación se puede apreciar la definición de dos objetos de tipo cadena: uno representado por un literal de doble comillas y el otro, por uno de comillas simples. Ambas representaciones poseen igual comportamiento y funcionalidad, en este aspecto son idénticas.

```
a = 'Cadena con comillas simples'
b = "Cadena con comillas dobles"
```

Es posible utilizar un tipo de comilla externa (rodeando el texto) y otro tipo de forma interna, como parte del texto, tal y como se observa en el siguiente ejemplo:

```
b = "I'm the author."
print(b)
```



```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
I'm the author.
Process finished with exit code 0
```

Para admitir caracteres de escape se utiliza el *backslash* (\). También se utiliza para continuar una cadena en otra línea.

```
b = "I'm the author\
    Arnaldo P.C."
```

```
print(b)
```

```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
I'm the author Arnaldo P.C.
Process finished with exit code 0
```

En el caso de que se desee realizar un cambio de línea en un *string*, se utiliza el carácter de escape de línea (`\n`). Considere el siguiente ejemplo y a continuación la tabla que se muestra con diferentes secuencias de escape.

```
b = "I'm the author\n\
    Arnaldo P.C."
```

```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
I'm the author
    Arnaldo P.C.
```

Secuencia	Descripción
<code>\\</code>	<i>backslash</i>
<code>'</code>	comilla simple
<code>"</code>	comilla doble
<code>\a</code>	campana
<code>\b</code>	<i>backspace</i>
<code>\n</code>	nueva línea
<code>\r</code>	retorno

Secuencia	Descripción
<code>\t</code>	<i>tab</i>
<code>\v</code>	tab vertical
<code>\DDD</code>	valor octal DDD
<code>\XXX</code>	Valor hexadecimal XX

Otra forma de representar cadenas en varias líneas es mediante el uso de paréntesis según ilustra el ejemplo que se aprecia a continuación:

```
b = ("I'm the author"
    " Arnaldo P.C.")

print(b)
```

```
Run source
C:\Program Files\Python 3.1\python.exe
I'm the author Arnaldo P.C.
Process finished with exit code 0
```

2.3.1.2 Listas

Las listas son secuencias de elementos ordenados que además tienen la característica de ser mutables. Cada elemento puede ser de cualquier tipo y la sintaxis para crearlas es bastante simple.

```
# Lista vacía
[]

# Lista con los elementos 1,2,3
[1,2,3]

# Lista con diferentes objetos
['Python', 2.3, 45]
```

Otra alternativa para crear listas es a través de la función predefinida `list()` que toma como argumento una secuencia y devuelve una lista con cada elemento de esa secuencia. En caso de no recibir argumento devuelve una lista vacía.

```
print(list('python'))
```

```
Run source
C:\Program Files\Python 3.1\python.exe
['p', 'y', 't', 'h', 'o', 'n']
Process finished with exit code 0
```



El código anterior crea una lista a partir de la cadena "python". Observe el lector como se imprime cada elemento de la lista resultante y como estos elementos coinciden con los caracteres del texto de la cadena.

2.3.1.3 Tuplas

Una tupla es una secuencia ordenada de elementos que, a diferencia de la lista, tiene la característica de ser inmutable y, por ende, las operaciones de modificación que se realizan sobre esta resultan en una nueva tupla, la original no sufre cambios. Al igual que sucede con las listas y como resulta lógico suponer considerando la naturaleza de Python, los elementos de una tupla pueden ser de cualquier tipo. La sintaxis general para crear una tupla es la siguiente:

```
(a1, a2,..., an)
```

Donde a_1, a_2, \dots, a_n son los elementos. En el siguiente código se pueden apreciar varias tuplas creadas en Python.

```
# Tupla de números enteros
```

```
t = (1,2,3)
```

```
# Tupla mixta
```

```
t = (1,"PCB",3.2)
```

```
# Tupla vacía
```

```
t = ()
```

Para crear una tupla de un solo elemento se escribe una coma al final del elemento.

```
# Tupla de un solo elemento
```

```
(1,)
```

La función predefinida `tuple()` permite crear tuplas de manera análoga a la función `list()`, analizada en la sección anterior.

2.3.2 Diccionarios

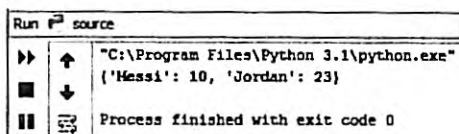
Un diccionario es una correspondencia (del inglés *mapping*) que se establece en un multiconjunto de elementos de cardinalidad n . Este multiconjunto de elementos se encuentra particionado en dos multiconjuntos de igual cardinalidad ($n/2$), el conjunto de las llaves y el multiconjunto de valores. Entre estos conjuntos se establece una función inyectiva de manera tal que a cada llave le corresponde un elemento y un elemento puede estar asociado a varias llaves. El lector puede suponer entonces que un diccionario esté constituido por elementos de la forma llave-valor y que la manera en la que se accede a un elemento es mediante su llave. Los diccionarios, que son el único tipo de dato *mapping* que de manera predefinida ofrece Python, carecen de orden y son mutables. Las llaves al igual que los valores pueden ser objetos de cualquier tipo. La sintaxis genérica para definir un diccionario es la siguiente:

```
{llave_1: valor_1, llave_2: valor_2,..., llave_n: valor_n}
```

Considere el próximo ejemplo que ilustra en concreto la creación de un diccionario en Python.

La función `dict()` permite crear un diccionario a partir de una lista de listas que debe suministrarse como argumento. Cada lista debe contener dos elementos que representen los pares llave, y el valor.

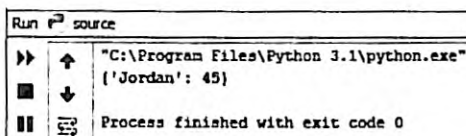
```
print(dict(['Jordan', 23], ['Messi', 10]))
```



The screenshot shows a Python IDE window titled "Run source". The output pane displays the command prompt "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" followed by the dictionary result: `{'Messi': 10, 'Jordan': 23}`. The status bar at the bottom indicates "Process finished with exit code 0".

Si no se suministra ningún argumento entonces la función `dict()` devuelve un diccionario vacío. En caso de que una llave se repita en la definición de un diccionario entonces el par que resulta será la llave duplicada junto a su último valor asociado tal y como se aprecia en el ejemplo a continuación:

```
print({'Jordan': 23, 'Jordan': 45})
```



The screenshot shows a Python IDE window titled "Run source". The output pane displays the command prompt "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" followed by the dictionary result: `{'Jordan': 45}`. The status bar at the bottom indicates "Process finished with exit code 0".

Tenga en cuenta el lector que un diccionario no puede tener llaves duplicadas, en caso de tenerlas se crearía una clara ambigüedad puesto que una misma llave estaría asociada a dos valores posiblemente distintos y sería imposible recuperar con total certeza alguno de esos valores, la propiedad inyectiva se perdería dado que pudiera suceder que `dicc[x] = dicc[y]`.

2.3.3 Numéricos

Python cuenta con tres objetos numéricos de manera predefinida, estos son: los objetos que representan números enteros, los que representan números complejos y aquellos que manejan números de punto flotante. Todos poseen la característica de ser inmutables de modo que una operación que se realice sobre ellos resulta en un nuevo objeto numérico.

Los objetos de tipo entero pueden tener diferentes representaciones según el literal con el que hayan sido definidos.

```
decimal = 1
hexadecimal = 0xAAF
octal = 0o023
```



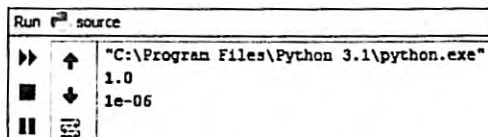
Estas representaciones pueden ser números decimales, hexadecimales u octales. Para indicar un número hexadecimal el literal debe aparecer antecedido del prefijo 0x y en caso de ser un octal debe aparecer prefijado por 0o precisamente como se observa en el ejemplo anterior. En Python 3.1 todos los enteros han sido implementados como enteros long.

Los objetos de punto flotante representan números reales basados en el sistema de punto flotante. Pueden aparecer acompañados de un símbolo *E* o *e* seguido del símbolo + y de un número llamado exponente para indicar que se desplaza a la derecha el punto del número (mantisa) que antecede a *E* tantas veces como indique el exponente; de manera análoga sucede con el símbolo (-) solo que en este caso el desplazamiento es a la izquierda, pues se está negando. Considere el siguiente código:

```
f1 = 0.02
f2 = .003
f3 = 2.3
f4 = .001E+3
f5 = .001e-3
```

Para comprender en qué consisten los números de punto flotante con exponente positivo o negativo observe el resultado que se obtiene al imprimir f4 y f5.

```
print(f4)
print(f5)
```



Como puede comprobar el lector, f4 es equivalente al número 1, esto es porque .001E+3 equivale a $(0.001) \cdot 10^3 = 1$. En el segundo caso como el exponente es negativo equivale a $(0.001) \cdot 10^{-3} = 0.000001$ que también puede representarse como $1E-6 = 10^{-6}$. Los números de punto flotante en Python encuentran su correspondencia en los tipos double de C considerando rango y precisión.

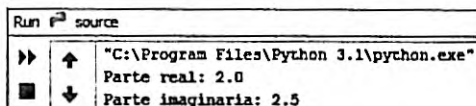
Finalmente los números complejos se componen de dos valores de punto flotante, uno asociado a la parte imaginaria y otro a la parte real, accesibles estos valores por medio de propiedades de solo lectura imag y real del objeto complex que corresponde a un número complejo. Aunque en la literatura la parte imaginaria de los números complejos suele indicarse con la letra *i* la elección de Python ha sido utilizar la letra *j*. El siguiente código ilustra números complejos creados en Python.

```
a = 1 + 2j
b = 2 + 2.5j
```

Para imprimir la parte real e imaginaria de *b* se puede proceder de la siguiente forma:

```
print("Parte real: " + float.__str__(b.real))
print("Parte imaginaria: " + float.__str__(b.imag))
```

La función `__str__()` con la que cuentan todos los objetos en Python devuelve su representación como cadena, necesaria en este caso para imprimir los valores de punto flotante que corresponden a las propiedades `real` e `imag`.



En las siguientes secciones se examinarán las operaciones que pueden realizarse tanto con secuencias como con objetos numéricos.

2.3.4 None

El tipo *None* es el equivalente a *null* en muchos lenguajes de programación. No contiene métodos y tampoco atributos. Suele utilizarse cuando se crea una variable cuyo valor inicial se desconoce a priori y probablemente será conocido durante la ejecución de un programa. Las funciones que carecen de retorno devuelven por defecto *None*.

2.3.5 Booleanos

La versión 2.3 de Python incorporó el objeto *bool* como una clase que hereda de *int* y cuyos valores posibles son *True* y *False*. Versiones previas a la 2.3 no poseían un tipo explícito para el manejo de estos valores que fueron introducidos en la versión 2.2.1 y como sinónimo de los valores 1 y 0 (al igual que en C) que eran usados para indicar valores de verdadero y falso.

Todos los datos en Python pueden ser evaluados como un valor booleano. Por ejemplo, cualquier cadena, lista, tupla, diccionario no vacío, *None* y dato numérico distinto de cero tiene un valor verdadero (*True*). Mientras que, cero, cadenas, tuplas, listas y diccionarios vacíos evalúan falso. Considere el siguiente código:

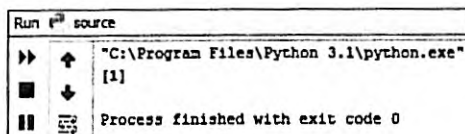
```
a = []

if(a):
    print(a)
```

Este código no llega a la sentencia de la función *print* porque la condición evalúa *False* dado que la lista está vacía. Si se añade un elemento entonces se logra que se ejecute la sentencia que corresponde a la función *print*.

```
a = [1]

if(a):
    print(a)
```

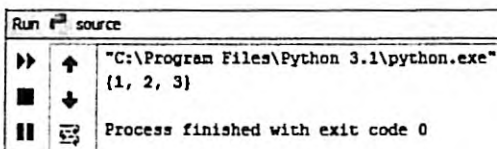
Igual sucedería en caso de tratarse de un número distinto de cero. En la próxima sección se examinará una estructura de datos muy útil conocida como conjunto (set).

2.3.6 Conjuntos

Los conjuntos fueron introducidos en la versión 2.3 de Python a través del tipo Set y se construyen a partir de una secuencia que se define como argumento de la función set().

```
cjto = set([1,2,3])
```

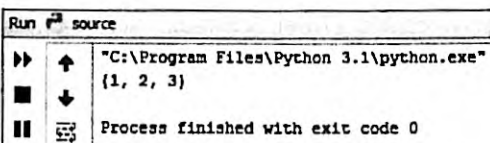
```
print(cjto)
```



Los conjuntos que se crean en Python son conjuntos tradicionales y no multiconjuntos de modo que solo un ejemplar de cada elemento repetido en la secuencia de entrada es incluido en el conjunto resultante y por ende set([1, 2, 3]) es igual a set([1, 1, 2, 2, 3]).

```
cjto = set([1,1,2,2,3])
```

```
print(cjto)
```



Los conjuntos permiten operaciones clásicas como pueden ser la intersección, la unión o la diferencia, todas serán analizadas durante este capítulo.

2.4 Operadores de comparación

Los operadores de comparación son binarios y cada uno de sus argumentos puede ser una expresión que evalúe a un valor de un tipo diferente (numéricos,

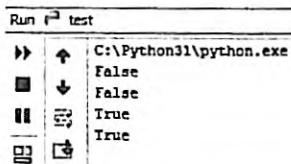
cadenas, listas, etc.). La siguiente tabla muestra los operadores de comparación de Python.

operador	Descripción
==	Devuelve True si los dos operandos son iguales. False en caso contrario.
!=	Devuelve True si los dos operandos son diferentes. False en caso contrario.
<>	Ídem a != pero no soportado en la versión 3.1
>	Devuelve True si el operador de la izquierda es mayor que el de la derecha.
<	Devuelve True si el operador de la derecha es mayor que el de la izquierda.
>=	Devuelve True si el operador de la izquierda es mayor o igual que el de la derecha.
<=	Devuelve True si el operador de la derecha es mayor o igual que el de la izquierda.

Observe el siguiente código donde se puede apreciar el uso de los operadores de comparación.

```
a = 2 != 2
b = [] == 1
c = 2 > 1
d = 3 >= 3

print(a)
print(b)
print(c)
print(d)
```



Los operadores de comparación suelen utilizarse en sentencias condicionales para controlar el flujo de un programa de acuerdo a determinadas condiciones.

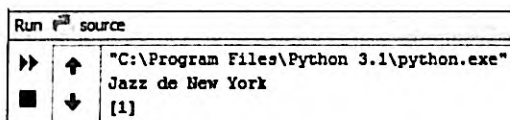
2.5 Operadores aritméticos

Los operadores aritméticos al igual que los de comparación cuentan con un operando derecho y uno izquierdo, son binarios. Generalmente se aplican a datos

Python fácil

numéricos aunque el operador de suma (+) también se emplea para concatenar secuencias (cadenas, listas, etc.) según se muestra en el siguiente ejemplo:

```
print("Jazz de " + "New York")  
print([ ] + [1])
```

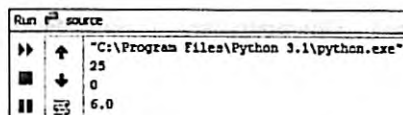


La aritmética es una rama de las matemáticas que data de la prehistoria. Entre las operaciones que incluye se encuentran la adición, la resta, la multiplicación, la división, la potenciación y el resto. La siguiente tabla muestra los operadores aritméticos en Python.

Operador	Descripción
+	Devuelve la suma de los operandos.
-	Devuelve la resta del operando de la izquierda por el de la derecha.
/	Devuelve la división del operando de la izquierda por el de la derecha.
*	Devuelve la multiplicación de los operandos.
//	Devuelve la división truncada (parte entera del cociente) del operando de la izquierda por el de la derecha.
**	Devuelve el operando izquierdo elevado a la potencia que representa el operando derecho.
%	Devuelve el resto de la división del operando izquierdo por el operando derecho.

Para ilustrar el uso de estos operadores considere el código que se muestra a continuación:

```
print((2+3)**2)  
print((4%3)-1)  
print(2*9/3)
```

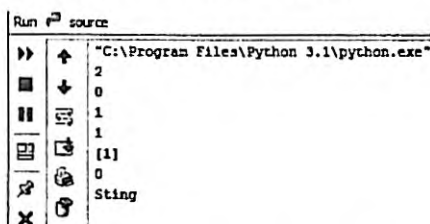


Todos los operadores excepto el operador de potenciación son asociativos de izquierda a derecha. La potenciación es asociativa de derecha a izquierda.

2.6 Operadores lógicos

Los operadores lógicos de Python son equivalentes a su contrapartida de la lógica proposicional, estos son: la conjunción, la disyunción y la negación. Considerando que en Python muchos de los objetos o datos predefinidos pueden ser evaluados al tipo bool (datos numéricos, cadenas, listas, tuplas) entonces todos estos pueden ser tomados como operandos lógicos. Observe el código que se muestra a continuación:

```
print(0 or 2)
print(True and 0)
print(False or 1)
print([] or 1)
print([1] or 1)
print("Hola" and "Arnaldo" and 0)
print("Hola" and 0 or "Sting")
```



Para comprender su funcionamiento debe tenerse en cuenta la evaluación a tipo bool que poseen los objetos empleados como operandos. La forma en la que los operadores lógicos devuelven un resultado de verdad a partir de sus operandos es la siguiente:

Operador	Operando izq.	Operando der.	Resultado
or	True	True	True
	False	True	True
	True	False	True
	False	False	False

Operador	Operando izq.	Operando der.	Resultado
and	True	True	True
	False	True	False
	True	False	False
	False	False	False

Operador	Operando	Resultado
not	True	False
	False	True

Como se puede observar el operador de negación es unario, solo recibe un operando. La tabla que se observa a continuación describe estos operadores.

Operador	Descripción
or	Disyunción lógica de sus operandos.
and	Conjunción lógica de sus operandos.
not	Negación lógica de su operando.

Los operadores lógicos en Python resultan mucho más expresivos si se comparan con sus homólogos de otros lenguajes. La disyunción en C, por ejemplo, se consigue por medio del operador (||), claramente (or) ofrece la posibilidad de crear sentencias lógicas más legibles y claras.

2.7 Operadores sobre bits

Esta clase de operadores, como el nombre sugiere, operan a nivel de los bits de los operandos y son frecuentemente utilizados en operaciones matemáticas para optimizar cálculos que impliquen multiplicaciones o divisiones en potencias de dos. Los operandos para este tipo de operadores deben ser números enteros porque son representados como una cadena binaria de 32 bits.

Operador	Descripción
&	Realiza una conjunción lógica a nivel de bits.

Operador	Descripción
	Realiza una disyunción lógica a nivel de bits.
^	Realiza una disyunción exclusiva lógica a nivel de bits.
~	Realiza una inversión lógica a nivel de bits la cual se define para un operando entero x como $-(x+1)$.
<<	Desplaza los dígitos binarios de un número hacia la izquierda la cantidad de veces indicadas por el operando de la derecha.
>>	Desplaza los dígitos binarios de un número hacia la derecha la cantidad de veces indicadas por el operando de la derecha

Para observar el uso de estos operadores considere el siguiente código y el resultado que se obtendría al ejecutarlo.

```
print(4 & 2)
print(7 & 2)
```

```
print(4 | 2)
print(7 | 2)
```

```
print(4 ^ 2)
print(7 ^ 2)
```

```
print(~2)
```



La aplicación de $(4 \& 2)$ tiene como resultado 0 (no existen bits que coincidan) dado que este operador realiza una conjunción lógica bit a bit de manera que solo resulta en 1 si ambos bits son 1.

$$4 = 100$$

$$2 = 010$$

$$0$$

Para comprender el resultado anterior a partir de la aplicación de los operadores de desplazamiento note que $2 = 10$ (binario) y que al realizar el desplazamiento hacia la derecha se transforma en el número binario 1 (binario) que es 1 (decimal). En el otro caso, $3 = 11$ (binario) que desplazado a la izquierda una vez resulta en 110 (binario) cuyo valor decimal es 6 .

2.8 Operadores de asignación

La asignación es una de las operaciones básicas en los lenguajes imperativos y forma parte indisoluble del modelo Von Neumann que utilizan los ordenadores en la actualidad. Una asignación es básicamente la reserva o modificación de memoria del ordenador para cumplir un propósito inmediato. La inmediatez viene dada por el hecho de que se supone que se utiliza memoria para servir un propósito a corto plazo (ejecución de un programa) y el espacio reservado será liberado luego de un determinado tiempo que se estima relativamente corto. No sucede así con otros tipos de reservas de memoria que se dedican al almacenamiento y se supone contengan la misma información durante prolongados períodos de tiempo, tal es el caso de las bases de datos. Los operadores de asignación son binarios e incluyen a los operadores de asignación extendida que realizan una operación antes de llevar a cabo la asignación. Todos ellos se describen a continuación:

Operador	Descripción
=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la expresión derecha.
+=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la expresión derecha sumada al valor de la propia expresión izquierda.
-=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la expresión derecha restada al valor de la propia expresión izquierda.
/=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la expresión derecha dividida al valor de la propia expresión izquierda.
*=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la expresión derecha multiplicada al valor de la propia expresión izquierda.
%=	Asigna a la expresión izquierda el valor del resto de la división de la expresión izquierda por la expresión derecha.
**=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la potenciación de la expresión izquierda como base y la expresión derecha como potencia.
&=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la conjunción lógica de la expresión izquierda con la expresión derecha.
=	Asigna a la expresión izquierda el valor de la disyunción lógica de la expresión izquierda con la expresión derecha.

Operador	Descripción
<code>^=</code>	Asigna a la expresión izquierda el valor de la disyunción exclusiva (XOR) de la expresión izquierda con la expresión derecha.
<code>>>=</code>	Asigna a la expresión izquierda el desplazamiento a la derecha de la expresión izquierda la cantidad de veces definida por la expresión derecha.
<code><<=</code>	Asigna a la expresión izquierda el desplazamiento a la izquierda de la expresión izquierda la cantidad de veces definida por la expresión derecha.

En la próxima sección se detallarán algunos operadores que no se clasifican dentro de las categorías anteriores pero que definitivamente resultan útiles en múltiples situaciones y ofrecen la posibilidad de crear un código limpio, legible y compacto.

2.9 Otros operadores

Entre los operadores que escapan a las clasificaciones previas se encuentran los llamados operadores de identidad y los operadores de membresía. La siguiente tabla los describe:

Operador	Descripción
<code>in</code>	Devuelve True si el elemento de la izquierda se encuentra en la secuencia de la derecha
<code>is</code>	Devuelve True si el operando de la izquierda es igual al operando de la derecha

Considere el siguiente ejemplo donde se pueden observar algunos casos de uso.

```
1 = [1,2,3]

print(2 in 1)
print(2 is "")
print(2 is 2)
```

Run	source
▶▶	↑ "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
■	↓ True
■	↓ False
■	↓ True

Conocidos los operadores de Python así como los tipos de datos principales, una cuestión que queda pendiente es la referente a las operaciones que pueden realizarse con estos datos. Precisamente esa será la motivación de la siguiente sección.

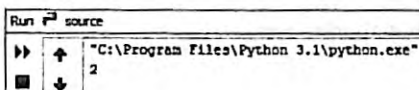
2.10 Operaciones

Los objetos analizados hasta el momento poseen de manera predeterminada un conjunto de operaciones que facilitan el diseño e implementación de algoritmos. Entre estos objetos se encuentran los numéricos, las secuencias y el objeto bool.

2.10.1 Tipos numéricos

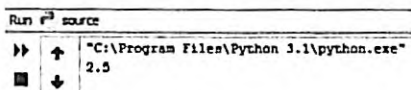
Una de las operaciones más comunes con datos numéricos es la conversión a diferentes tipos. Por ejemplo para convertir de forma explícita un objeto a tipo `int` se puede utilizar la función predefinida `int()`.

```
print(int(2.3))
```



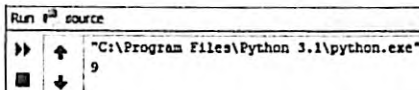
De igual modo existen las funciones predefinidas `long()`, `float()` y `complex()` que convierten a `long`, `float` y `complex` respectivamente. También es posible utilizar estas funciones para convertir una cadena en un valor numérico.

```
print(float("2.5"))
```



Otro argumento que puede ser suministrado a las funciones `int` y `long` es un entero entre 2 y 36 que indica la base empleada para la conversión.

```
print(int("1001",2))
```



En el ejemplo anterior la cadena "1001" se toma como una cadena binaria y se realiza la conversión de acuerdo a la base indicada, lo que resulta en el entero 9.

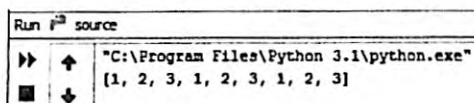
2.10.2 Secuencias

Como se mencionó anteriormente, las cadenas, listas y tuplas son secuencias que se han incluido en el lenguaje Python. Una de las operaciones básicas que puede

realizarse con diferentes secuencias es la concatenación. Esta puede lograrse según se había descrito en secciones previas mediante el operador de suma (+).

```
l = [1,2,3]

print(l+l)
```

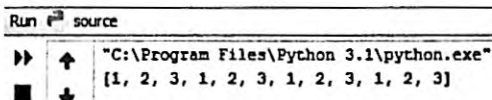


A screenshot of a Python IDE window titled "Run source". It shows the command prompt path "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" and the output of the code: "[1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3]".

Una alternativa para concatenar una secuencia con sí misma es emplear el operador * seguido de un número que indique cuántas veces se desea concatenar la secuencia, la cual debe aparecer a la izquierda del operador.

```
l = [1,2,3]

print(l*4)
```

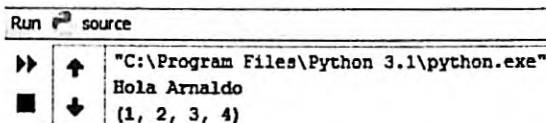


A screenshot of a Python IDE window titled "Run source". It shows the command prompt path "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" and the output of the code: "[1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3]".

De igual modo que se concatenan listas también es posible concatenar tuplas y cadenas.

```
a = "Hola " + "Arnaldo"
b = (1,2) + (3,4)

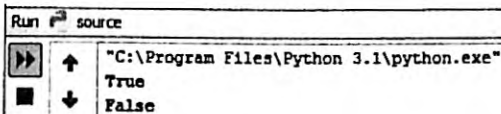
print(a)
print(b)
```



A screenshot of a Python IDE window titled "Run source". It shows the command prompt path "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" and the output of the code: "Hola Arnaldo" and "(1, 2, 3, 4)".

Otra operación recurrente en secuencias es el test de membresía, para ello se emplea el operador (in) descrito en secciones previas. Dicho operador puede ser utilizado en combinación con (not) para realizar un test negativo de membresía, o sea, para chequear que un elemento no pertenece a una secuencia.

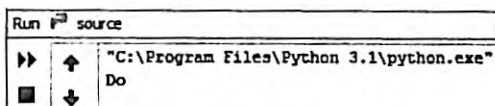
```
print('A' in "Arnaldo")
print('A' not in "Arnaldo")
```



A screenshot of a Python IDE window titled "Run source". It shows the command prompt path "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe" and the output of the code: "True" and "False".

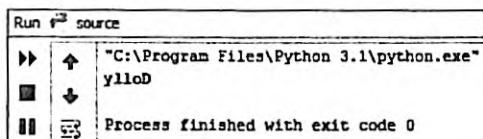
Considerando que las secuencias son contenedores de elementos otra operación bastante común es el indexado. Python considera que el primer elemento de una secuencia es indexado con el número cero. La sintaxis para realizar esta operación es semejante, sino igual, a la de lenguajes como Java o aquellos de la familia C.

```
# Indexando una cadena
a = "Dolly"
print(a[0] + a[1])
```



Una peculiaridad en el indexado de Python es que los valores admitidos para el indexado se encuentran en el rango $[-L, L-1]$ donde L es la longitud de la secuencia. Esto se traduce en la posibilidad de especificar índices negativos que se referirán a elementos de la secuencia tomados de derecha a izquierda y utilizando los valores $-1, \dots, -L$.

```
# Indexando una cadena de
# derecha a izquierda
a = "Dolly"
print(a[-1] + a[-2] +
      a[-3] + a[-4] + a[-5])
```



El rebanado (del inglés *slicing*) es otra operación distintiva de Python y permite tomar elementos consecutivos de una secuencia en un rango de índices especificados. Para ello se emplea la sintaxis $S[i:j]$ donde i, j son enteros en el rango $[0: L-1]$ y L es la longitud de la secuencia. En el caso de que se desee tomar elementos desde un índice y hasta el final de la secuencia se utiliza la sintaxis $S[i:]$, de igual modo que para tomar los elementos desde el principio hasta un índice dado, se define $S[:i]$. Tenga en cuenta que el elemento que corresponde al último índice nunca se toma haciendo que el intervalo sea abierto al final.

```
# Una lista con operaciones de slicing
a = [1,2,3,4,5]
print(a[1:3])
print(a[:2])
print(a[3:])
```

```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
yloD
[2, 3]
[1, 2]
[4, 5]
```

A partir de la versión 2.3 de Python las secuencias predefinidas soportaron el *slicing* extendido cuya sintaxis es `S [i: j: k]` donde *k* es el paso que se da para tomar elementos de la secuencia de manera que si se comienza en el Índice 0 y se define paso 2 el próximo elemento a tomar será aquel que corresponda al Índice 2, luego al Índice 4 y así sucesivamente.

```
# Slicing extendido
a = [1,2,3,4,5]
print(a[0:4:2])
print(a[::-1])
```

```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
yloD
[1, 3]
[5, 4, 3, 2, 1]
```

Observe en el ejemplo anterior lo sencillo que resulta obtener el reverso de una secuencia utilizando *slice* extendido. Otra bondad que se consigue con esta operación es la asignación o modificación de una parte de la secuencia, así se muestra en el siguiente código:

```
# Modific. Slicing extendido
a = [1,2,3,4,5]

a[1:3] = ['H', 'Y']
print(a)
```

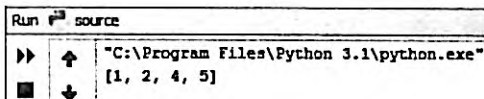
```
Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
[1, 'H', 'Y', 4, 5]
```

La forma en que se modificó la lista anterior puede considerarse también como una alternativa para insertar elementos en una secuencia.

Para llevar a cabo el borrado de elementos se puede utilizar la palabra clave `(del)` seguida de una expresión con la secuencia indexada para así especificar el elemento a eliminar. También es posible indicar una subsecuencia a eliminar utilizando *slices*.

```
# Eliminar con del
a = [1,2,3,4,5]

del a[2]
print(a)
```



Para concluir esta sección considere la siguiente tabla que detalla los métodos del objeto lista.

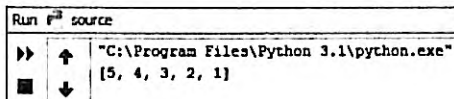
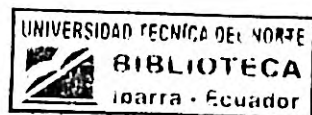
Método	Descripción
<code>append(x)</code>	Añade <i>x</i> al final de la lista.
<code>insert(i,x)</code>	Inserta <i>x</i> en el índice <i>i</i> de la lista.
<code>remove(x)</code>	Elimina la primera ocurrencia de <i>x</i> en la lista.
<code>sort(key = comparer)</code>	Ordena los elementos de la lista utilizando <i>comparer</i> como comparador. En caso de no indicarse <i>comparer</i> se utiliza <i>cmp</i> para realizar las comparaciones.
<code>reverse()</code>	Reverso de la lista.
<code>pop(i)</code>	Elimina el elemento en el índice <i>i</i> y lo devuelve como resultado del método.
<code>extend(l)</code>	Añade todos los elementos de <i>l</i> a la lista.
<code>count(x)</code>	Devuelve la cantidad de veces que <i>x</i> aparece en la lista.
<code>index(x)</code>	Devuelve el índice de la primera ocurrencia de <i>x</i> en la lista.

En el caso de *sort*, la función *comparer* que se pase como argumento debe tener como valor de retorno una llave de comparación. Esta llave se tomará de cada elemento de la lista y será utilizada para llevar a cabo las comparaciones y por ende la ordenación. Tenga en cuenta el siguiente ejemplo:

```
# Sort con un comparador
a = [1,2,3,4,5]

def comparer(c):
    return -c

a.sort(key = comparer)
print(a)
```

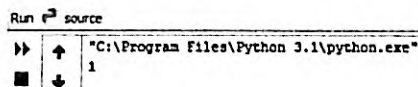


Dado que la función de comparación devuelve por cada llave recibida el propio número negado, entonces parece natural que el orden resultante para una lista ya ordenada sea la lista con los elementos dispuestos de derecha a izquierda.

2.10.3 Diccionarios

Los diccionarios son contenedores así que la función predefinida `len()` puede aplicarse a este tipo de objetos así como puede aplicarse también a listas, tuplas o cadenas.

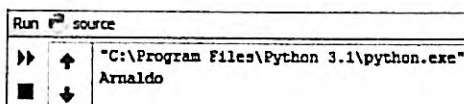
```
print(len({'autor': 'Arnaldo'}))
```



El manejo con diccionarios es muy similar al manejo con listas, tuplas o cadenas (secuencias). La mayor diferencia radica en que, mientras el manejo en secuencias se realiza directamente por medio de índices o elementos, en un diccionario el manejo de los datos se realiza a través de las llaves, de modo que para indexar un diccionario se procede de la siguiente forma:

```
dicc = {'autor': 'Arnaldo',
        'libro' : 'JavaScript Fácil'}
```

```
print(dicc['autor'])
```



En el caso de que la llave indicada en una operación de indexación no exista se lanzará una excepción. Para añadir un par llave-valor se define la llave y el valor que se le asociará. La sintaxis general se ilustra a continuación:

```
diccionario [llave] = valor.
```

```
dicc['correo'] = 'arnaldo.skywalker@gmail.com'
```

Utilizando la palabra clave (`del`) es posible eliminar un par llave-valor, según se observa en el siguiente código.

```
del dicc['autor']
```

Algunos de los métodos de los diccionarios de Python pueden verse a continuación.

Método	Descripción
<code>has_key(k)</code>	Devuelve True si el diccionario contiene la llave <i>k</i> .

Método	Descripción
items()	Devuelve una lista de los elementos del diccionario. Pares llave, valor.
keys()	Devuelve una lista con las llaves del diccionario.
values()	Devuelve una lista con los valores del diccionario.
iteritems()	Devuelve un iterador de los elementos del diccionario.
iterkeys()	Devuelve un iterador de las llaves del diccionario.
itervalues()	Devuelve un iterador de los valores del diccionario.
get(k)	Devuelve el valor que corresponde a la llave <i>k</i> del diccionario. Si la llave no existe devuelve None.
get(k,x)	Devuelve el valor que corresponde a la llave <i>k</i> del diccionario. Si la llave no existe devuelve <i>x</i> .
clear()	Elimina todos los elementos del diccionario.
popitem()	Devuelve un elemento aleatorio del diccionario.
update(dicc2)	Por cada llave <i>k</i> en <i>dicc2</i> actualiza o inserta la llave con el valor <i>dicc2[k]</i> en el diccionario.

En secciones venideras se analizarán los detalles de funciones, objetos, clases, ciclos y demás características que convierten a Python en un lenguaje expresivo, poderoso y fácil de usar, que encuentra una gran cantidad de adeptos entre la comunidad de programadores y aficionados a la computación.

2.11 Objetos

Los objetos son la representación tangible de una clase en el mundo de la programación. Una clase es la especificación de un objeto, una especie de guía para construirlo. Encontrando analogía con la vida real, la clase puede verse como el plano para la construcción de un edificio y este sería entonces el objeto. Es por ello que se dice que un objeto es una instancia o ejemplar de una clase y, lógicamente, de una misma clase se pueden crear varios objetos al igual que de un mismo plano pueden crearse diferentes edificios, todos con las mismas características. La clase es la base teórica y el objeto es la realización de esa base teórica. Si la clase contiene indicaciones para determinados comportamientos, atributos o datos, entonces el objeto deberá tener todos estos elementos. Python es un lenguaje netamente orientado a objetos y muchos de los componentes que conforman al lenguaje son objetos. Demostrar la afirmación anterior es el objetivo de la próxima subsección.

2.11.1 Todo es un objeto en Python

Las funciones, los tipos predefinidos, los módulos y hasta los ficheros son representados en Python por medio de objetos. Todo en Python es un objeto y por ende todo contiene métodos y propiedades que son afines con su propósito particular. El hecho de que la abstracción de datos en Python se lleve a un ciento por ciento por medio de objetos propicia que todo el intercambio de datos en el lenguaje se produzca entre objetos. Considerando que las funciones también son objetos, todo el código de un programa en Python puede verse como un conjunto de objetos.

2.12 Funciones

Una función es un conjunto de sentencias agrupadas en una pieza de código que posee cierta independencia. Como se mencionó anteriormente, una función, al igual que todo elemento en Python también es un objeto. La sintaxis general para definir las es la siguiente:

```
def nombre ( argumentos ):
```

Sentencias

Los beneficios que ofrecen las funciones en un lenguaje de programación son bien conocidos. El beneficio principal, sin duda alguna, es la reutilización de código, o sea, la idea de tener en un fragmento de código una funcionalidad que pueda usarse, ejecutarse una y otra vez sin la necesidad de codificarla cada vez que se utilice. Las funciones en un sentido positivo son contenedores de código que deben cumplir un determinado objetivo.

Cuando se solicita la ejecución de una función se efectúa un llamado a función y se realiza en una sentencia donde aparezca el nombre de la función seguido de paréntesis donde se indiquen los parámetros que requiere, en el caso de que requiera alguno.

2.12.1 Argumentos

Las funciones en Python pueden tener desde cero hasta una cantidad n de argumentos y estos pueden ser obligatorios u opcionales (también conocidos como predefinidos). Los argumentos se especifican como una lista de valores separados por coma, la sintaxis genérica es la siguiente:

```
arg1,..., argn
```

De este modo una función se define siguiendo el patrón.

```
def (arg1,...,argn):
```

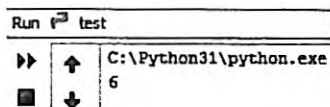
Sentencias

Los argumentos opcionales se declaran como pares llave-valor, por ejemplo, `arg1=valor1`. Cuando en el llamado a una función no se especifica un valor para un argumento opcional entonces se toma el valor por defecto para ejecutar la función. Tenga en cuenta el siguiente ejemplo:


```
def func(a, b = 2):
    return a*b
```

La función `func` tiene un argumento opcional, en este caso `b` con valor 2, así que es posible realizar un llamado sin necesidad de pasar un valor para esta variable.

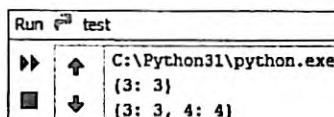
```
print(func(3))
```



Resulta importante notar que si una función modifica el valor por defecto de un argumento opcional que posea la característica de ser mutable (como una lista) entonces esta modificación persistirá en subsecuentes llamados a la función. Dicha situación puede apreciarse en el siguiente ejemplo:

```
def func(a, b = {}):
    b[a] = a
    return b
```

```
print(func(3))
print(func(4))
```



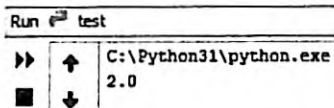
También es posible crear funciones con una cantidad indeterminada de argumentos, cumpliendo un objetivo similar al que cumple `params[]` en C#. Para ello, debe especificarse `*args` como argumento de la función. Observe el siguiente código:

```
def promedio(*numeros):
    sum = 0
    for n in numeros:
        sum += n
    return sum/len(numeros)
```

Como puede observarse, la función `len()` puede aplicarse a `*args` y esto es posible porque `*args` es una tupla que posee los valores indicados como argumentos extras. Del mismo modo que se puede indicar `*args`, también es posible especificar `**args` que en este caso será un diccionario que contenga nuevos argumentos definidos como llave-valor. La diferencia principal entre `*args` y `**args` radica en que `*args` solo recibe valores mientras que `**args` recibe valores ligados a una variable.

```
def promedio(**numeros):
    sum = 0
    for llave in numeros:
        sum += numeros[llave]
    return sum/len(numeros)

print(promedio(a=1,b=2,c=3))
```



El paso de argumentos en Python se realiza por valor, o sea, al suministrar una variable como argumento realmente se busca el objeto al que se refiere esa variable y es entonces el valor que se suministra para la ejecución de la función. Fíjese el lector en que en caso de suministrar un tipo mutable, al terminar la ejecución de la función las modificaciones realizadas sobre ese objeto permanecerán.

2.12.2 Funciones anidadas

Python ofrece la posibilidad de crear funciones anidadas. Una función anidada es una función que se crea en el cuerpo de otra función que se conoce como externa.

```
def promedio(*numeros):

    def suma(lista=numeros):
        sum = 0
        for n in lista:
            sum += n
        return sum

    return suma()/len(numeros)
```

Tenga en cuenta que se ha modificado el código de la función promedio() incluyendo en su cuerpo una función suma() que se encarga ahora de realizar la sumatoria de todos los números proporcionados como argumentos. Luego se retorna este valor dividido entre la cantidad de números. La función interna puede acceder sin problema alguno a las variables definidas en la función externa según puede observarse en el siguiente ejemplo:

```
def promedio(*numeros):
    a = 3
    def suma(lista=numeros):
        sum = 0
        for n in lista:
            sum += n
        return sum + a
    return suma()/len(numeros)
```

2.12.3 Generadores

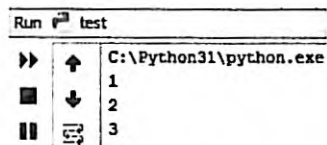
Las funciones que contienen en su cuerpo la palabra clave *yield* son conocidas como generadores. Un generador es básicamente una forma de construir un iterador de modo que cuando se realiza un llamado a esta función se realizan los siguientes pasos:

1. Se crea un objeto iterador que envuelve el código de la función así como sus variables locales, argumentos y el punto de ejecución en que se encuentra, normalmente el principio de la función.
2. Cuando el método *next* del objeto iterador es llamado, entonces se ejecuta la función hasta la primera ocurrencia de *yield*.
3. Se retorna el valor indicado por la expresión que sigue a *yield*.
4. Se resume la ejecución de la función a partir del punto donde había quedado y hasta el próximo *yield* encontrado.
5. La ejecución termina cuando se encuentra una sentencia *return* (que no puede devolver valor alguno) o cuando se alcanza el final del cuerpo de la función.

El método *next* se ejecuta cuando se solicita un nuevo elemento. Para ilustrar este funcionamiento tenga en cuenta el código que se muestra a continuación:

```
def generador():
    for i in [1,2,3]:
        yield i

for n in generador():
    print(n)
```



Un beneficio notable que ofrecen los generadores es que estos proveen evaluación perezosa. Esta característica garantiza que la evaluación o cómputo de elementos se realice solo en el caso de que estos sean requeridos. No sucede así con las funciones tradicionales que realizan toda la computación de antemano y pueden requerir gran cantidad de memoria. El siguiente generador representa una lista infinita de números naturales.

```
def lista_infinita():
    i = 1
    while True:
        yield i
        i += 1
```

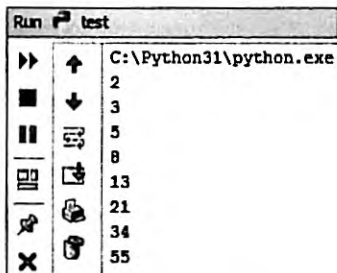


2.12.4 Recursión

La recursión o recursividad es un concepto que proviene de las matemáticas y que ha sido adoptado favorablemente como técnica de programación, una función se dice recursiva cuando se define en términos de sí misma. En la naturaleza existen procesos que de manera intrínseca tienen la característica de ser recursivos, la sucesión de Fibonacci que fue descrita por el matemático italiano Leonardo de Pisa como la solución a un problema de cría de conejos quizás sea el ejemplo más conocido. La fórmula de su recurrencia es la siguiente $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, $n > 2$. Cada elemento es la suma de los dos anteriores y se conocen como punto de partida los valores de los primeros elementos (1,1) a los cuales se les considera casos bases. Los primeros 10 elementos de la sucesión de Fibonacci son 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55.

Python permite la creación de funciones recursivas. Considere el siguiente código que corresponde a la implementación de la función Fibonacci.

```
def fib(n):  
    if n <= 2:  
        return 1  
    else:  
        return fib(n-2) + fib(n-1)  
  
print(fib(3))  
print(fib(4))  
print(fib(5))  
print(fib(6))  
print(fib(7))  
print(fib(8))  
print(fib(9))  
print(fib(10))
```



2.12.5 Funciones nativas

Algunas de las funciones nativas o predefinidas que ofrece Python han sido brevemente descritas durante capítulos anteriores y en esta sección serán descritas con mayor formalidad.

Función	Descripción
<code>abs(x)</code>	Devuelve el valor absoluto de un número x . Si x es un número complejo entonces devuelve la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la parte imaginaria y la parte real.
<code>all(iterable)</code>	Devuelve <i>True</i> si todos los elementos del iterable tienen valor de verdad <i>True</i> o si el iterable se encuentra vacío.
<code>any(iterable)</code>	Devuelve <i>True</i> si algún elemento del iterable tiene valor de verdad <i>True</i> . Si el iterable se encuentra vacío devuelve <i>False</i> .
<code>apply(f, arg = (), keywords = {})</code>	Realiza un llamado a la función <i>f</i> y devuelve el resultado de su ejecución.
<code>bin(x)</code>	Devuelve una cadena que corresponde con la representación binaria del entero x .
<code>bool(x)</code>	Devuelve 0 si x es <i>False</i> ; en caso contrario devuelve 1.
<code>chr(x)</code>	Devuelve una cadena de longitud 1 que representa el carácter al que se asocia el código x según la codificación ASCII/ISO.
<code>cmp(x,y)</code>	Devuelve 0 cuando $x = y$. En caso $x < y$ retorna -1, de lo contrario 1.
<code>compile(source, filename, mode)</code>	Compila <i>source</i> que puede ser una cadena o AST, y devuelve un objeto de código ejecutable con <code>exec</code> o <code>eval</code> . Lanza <code>SyntaxError</code> cuando <i>source</i> no es sintácticamente correcta. Mode puede ser 'exec' si <i>source</i> es un conjunto de sentencias o 'eval' si consta de solo una sentencia o expresión.
<code>delattr(object, name)</code>	Elimina un atributo de un objeto dado el objeto y una cadena <i>name</i> que representa el nombre del atributo a eliminar.
<code>divmod(a,b)</code>	Recibe dos números no complejos y devuelve un par que corresponde con el cociente y resto de su división entera.
<code>enumerate(iterable, start = 0)</code>	Devuelve un objeto <i>enumerate</i> cuyo iterador, al realizar un llamado al método <code>__next__()</code> , devuelve una tupla que contiene un contador que comienza en <i>start</i> y el elemento correspondiente del iterable (<code>iterable[i]</code> , contador).
<code>eval(expresion)</code>	Analiza sintácticamente y evalúa la expresión suministrada como argumento.
<code>exec(object)</code>	Object debe ser una cadena o un objeto de código. En caso de ser una cadena es analizada sintácticamente y ejecutada. En caso de ser un objeto de código es simplemente ejecutada.

Algunas funciones que deberían corresponder a la tabla anterior han sido omitidas porque serán analizadas en próximas secciones. Otras, simplemente han sido omitidas porque han sido analizadas previamente, tal es el caso de las funciones `list()`, `tuple()` y `dict()`.

2.13 Clases

Las clases son componentes básicos del paradigma de la programación orientada a objetos. Representan el documento formal, la plantilla que guía el proceso de creación de objetos y además su validación. Las clases son herederas de un modelo matemático conocido como Tipo de Dato Abstracto (TDA) que surge en los años setenta y que consiste en una colección de operaciones definidas sobre un conjunto de datos. De este modo una clase puede verse como un TDA pero con propiedades definidas. La sintaxis general para declarar una clase en Python es la siguiente:

```
class nombre_clase [(clases_base)]:
    sentencias
```

Donde `nombre_clase` es el nombre dado a la clase y `clases_base` es una lista de nombres separados por coma que indica las clases de las que se hereda. Los atributos de una clase se especifican como variables dentro del cuerpo. Para comenzar a conocer las clases de Python considere el siguiente ejemplo:

```
class persona:
    nombre = ""

    def __init__(self, nombre):
        self.nombre = nombre

    def damenombre(self):
        return self.nombre

    def definenombre(self, nombre):
        self.nombre = nombre

    def __str__(self):
        return self.nombre
```



```

class libro:
    autor = persona("")
    titulo = ""
    isbn = ""

    def __init__(self, autor, titulo, isbn):
        self.autor = autor
        self.titulo = titulo
        self.isbn = isbn

    def dameautor(self):
        return self.autor

    def defineautor(self, nombre):
        self.autor.nombre = nombre

    def dametitulo(self):
        return self.titulo

    def dameisbn(self):
        return self.isbn

```

Las clases *autor* y *libro* se encuentran relacionadas en el sentido en que un libro tiene un autor y se dice que es una relación uno a muchos en este caso, pues un libro puede tener varios autores. Aunque lógicamente un autor puede tener varios libros esta relación no se contempla en el diseño de clases propuesto anteriormente y se ha omitido en aras de mostrar un primer ejemplo de clases sencillo, pero tenga en cuenta el lector que siguiendo el paradigma de la orientación a objetos así como buenas prácticas de programación esta relación debió haberse plasmado según ordena la lógica del mundo real. La programación orientada a objetos debe modelar las relaciones del mundo mediante objetos tal como es.

En el código anterior se ha creado la clase *persona* que contiene el campo *nombre* (otros campos relacionados con una persona pudieran añadirse) y los servicios, métodos u operaciones *damenombre()* y *definnombre()* con propósitos bien definidos. Las funciones *__init__()* y *__str__()* son especiales y serán analizadas en el próximo capítulo. Para comprender el ejemplo tenga en cuenta que la primera función representa lo que se conoce en otros lenguajes de programación como un constructor, o sea, un método que se ejecuta cuando se crea una instancia de una clase y la segunda es un método que devuelve la representación textual de un objeto. Todos los objetos en Python contienen este método y cuando se define en una clase meramente se sobrescribe la implementación por defecto. En este caso devolvemos el nombre como representación textual de la clase *persona*.

Teniendo estas dos clases podemos relacionarlas de la siguiente forma:

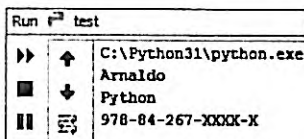
```

p = persona("Arnaldo")
l = libro(p, "Python", "978-84-267-XXXX-X")

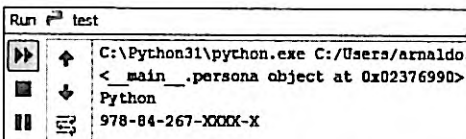
```

También podemos acceder a las operaciones (funciones) que ofrecen.

```
print(l.dameautor())
print(l.dametitulo())
print(l.dameisbn())
```



Tenga en cuenta el lector lo que sucedería si se eliminara la implementación de `__str__()` en el código anterior.



En próximas secciones se abordarán en detalle diferentes conceptos de la programación orientada a objetos (herencia, polimorfismo, encapsulación) los cuales se encuentran estrechamente vinculados al concepto de clase. El objetivo de este capítulo no es profundizar en este concepto, sino mostrar al lector los elementos básicos de Python, siendo la clase uno de ellos.

2.14 Estructuras de control

Los ciclos y las condicionales son estructuras de control inherentes al paradigma de la programación estructurada. Los ciclos encuentran su origen en la sentencia JUMP del código ensamblador donde es bastante común repetir un conjunto de instrucciones utilizando una instrucción JUMP. Esta repetición suele concluir al cumplirse una determinada condición, la cual puede ser verificada con instrucciones JE, JGE, etc.

Una función predefinida en Python y omitida con toda intención en la tabla anterior es la función `range()` la cual crea iterables que representan progresiones aritméticas. Una progresión aritmética es una sucesión de números tal que para todo par (a_i, a_{i+1}) se cumple que $a_i - a_{i+1} = C$ donde C es una constante, esto es equivalente a decir que para todo par de números consecutivos de la secuencia su diferencia debe ser constante.

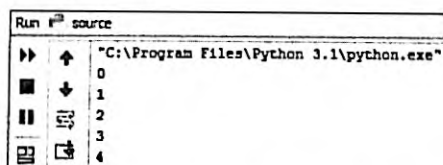
La sintaxis para crear una función *range* es la siguiente:

```
range([start], stop, [step])
```

Los argumentos *start*, *step* son opcionales y definen el comienzo y el paso (constante C) de la progresión. En el caso de que solo se defina el argumento *stop* entonces se asume *paso*=1 y *start*=0. Es importante conocer que *range* no incluye

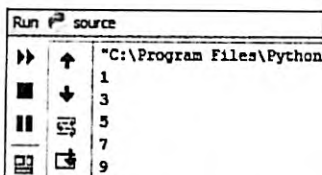
el valor de *stop* en la progresión, o sea, el último valor incluido es *stop*-1, observe el ejemplo a continuación.

```
for i in range(5):  
    print(i)
```



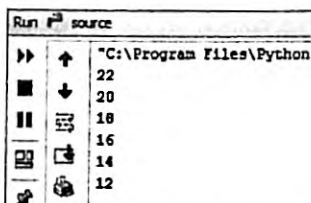
Ahora considere el siguiente código que define una función *range* con inicio 1, parada 10 y paso 2.

```
for i in range(1,10,2):  
    print(i)
```



El paso puede ser también un número negativo y en general cualquier número entero (int).

```
for i in range(22,10,-2):  
    print(i)
```



En las siguientes secciones se describirán dos de las estructuras de control iterativas más conocidas en el mundo de la programación imperativa, se trata de los ciclos *for* y *while*. También se detallará la sentencia condicional *if* que puede encontrarse en muchos lenguajes de programación.

2.14.1 Sentencia *for*

El ciclo *for* permite iterar sobre un bloque de instrucciones un número de iteraciones que depende de la longitud de la expresión iterable que se le defina. La sintaxis general se puede apreciar a continuación:

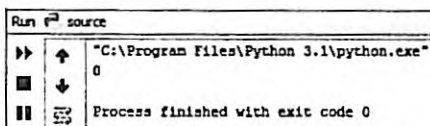
for elemento in iterable:

sentencias

Iterable debe ser un objeto iterador y *elemento* es un identificador que representa la variable de control del ciclo la cual se vincula con el elemento actual del iterador comenzando desde el primer elemento y vinculándose a todos estos en el orden dictado por el iterable. En este caso la palabra clave *in* forma parte de la sintaxis de la sentencia *for* y no cumple igual función que cuando se emplea para realizar pruebas de membresía, analizadas estas en secciones previas.

Es posible terminar la ejecución de un ciclo en cualquier momento utilizando las palabras claves *break* o *return*. También es posible pasar al próximo elemento del iterable y por ende a la próxima iteración haciendo uso de la palabra clave *continue*.

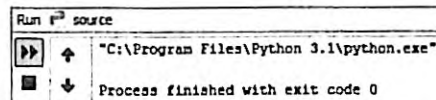
```
for i in range(10):
    print(i)
    break
```



En el ciclo anterior se imprime el primer elemento del iterable y luego se termina o rompe (*break*) la ejecución del bucle.

En el ejemplo que sigue no se llega a ejecutar nunca la función *print* porque la sentencia *continue* que se encuentra al comienzo del bloque de instrucciones provoca que el control del ciclo se lleve hacia el próximo elemento del iterable en cada iteración, luego nunca se produce el llamado a la función *print*.

```
for i in range(10):
    continue
    print("Hola Arnaldo")
```



Existe la posibilidad de procesar múltiples identificadores si el iterable contiene secuencias todas de una misma longitud y la cantidad de identificadores coincide con la longitud común. Esto resulta muy útil para iterar sobre diccionarios.

```
l = [(1,2), (3,4)]

for i,j in l:
    print("(" + str(i) +
          ", " + str(j) + ")")
```

```

Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
(1,2)
(3,4)

# Iterando sobre pares llave-valor de dict.
dicc = {'autor': 'Arnaldo',
        'libro' : 'JavaScript Fácil'}

for llave, valor in dicc.items():
    print("(" + llave +
          ", " + valor + ")")

```

```

Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
(autor,Arnaldo)
(libro,JavaScript Fácil)

```

2.14.2 Sentencia *while*

La estructura de control iterativa *while* ejecuta un bloque de instrucciones hasta que una condición es incumplida (devuelve *False*). Su sintaxis general es la siguiente:

while condición:

sentencias

Observe el próximo código que ilustra el uso de esta estructura de control.

```

iteracion = 0

while(iteracion < 5):
    print("Chicago, Windy City")
    iteracion += 1

```

```

Run source
>>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
Chicago, Windy City
Chicago, Windy City
Chicago, Windy City
Chicago, Windy City
Chicago, Windy City
Process finished with exit code 0

```

Tenga en cuenta que la condición debe retornar valor *False* en algún momento porque de lo contrario el ciclo será infinito.

```

iteracion = 0

# Ciclo infinito
while(iteracion < 5):
    print("Chicago, Windy City")
    # Falta incrementar la variable

```

Al igual que sucede en una sentencia *for* es posible utilizar las palabras claves *break*, *return* y *continue* para romper o continuar el ciclo.

2.14.3 Sentencia *if*

La sentencia *if* es probablemente la estructura de control más antigua en la historia de la computación. Permite cambiar el flujo de ejecución de un programa en dependencia de una determinada condición y en numerosas ocasiones aparece complementada por las cláusulas *elif* y *else*. Su sintaxis general se puede ver a continuación:

```
if condición_1:
    sentencias
elif condición_2:
    sentencias
...
elif condición_n:
    sentencias
else:
    sentencias
```

Las cláusulas *elif* y *else* son opcionales y el bloque de sentencias de una de las primeras se ejecuta si se cumple la condición que le corresponde, cuando esto sucede no se verifican el resto de las cláusulas pues la ejecución de la sentencia condicional concluye. La cláusula *else* se ejecuta si ninguna de las anteriores evaluó a *True*. Visto de una forma más hispanoamericana una expresión condicional *if* puede considerarse de la siguiente forma:

```
si condición_1:
    sentencias
en caso contrario si condición_2:
    sentencias
...
en caso contrario si condición_n:
    sentencias
en caso contrario:
    sentencias
```

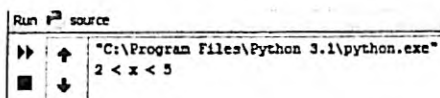
Observe en el próximo ejemplo como se llega a ejecutar la segunda cláusula que es la primera en evaluar verdadero. El valor de *x* es igual a 4 así que $5 > x > 2$ tiene valor de verdad *True* y se imprime la cadena " $2 < x < 5$ ".

```
x = 4
```

```

if 2 > x > 0:
    print("0 < x < 2")
elif 5 > x > 2:
    print("2 < x < 5")
else:
    print("x > 5")

```



Cuando existen solo dos cláusulas (*if/else*) se cuenta con una condicional binaria donde solo existe una alternativa posible: ejecutar el bloque de sentencias de la cláusula *if* o ejecutar el bloque de sentencias de la cláusula *else*. Recuerde el lector que las cláusulas *elif*, *else* son opcionales de modo que *if* puede existir de manera independiente según ilustra el siguiente código:

```

x = 4

if x - 4 is 0:
    print("x = 4")

```

2.15 Funciones de entrada/salida

En computación la entrada de datos se refiere al proceso mediante el cual un programa recibe de una fuente externa un conjunto de datos necesarios para su ejecución. La salida representa entonces los datos que el programa presenta en un dispositivo de visualización como puede ser la pantalla del ordenador. En el caso de Python las funciones utilizadas para la salida y la entrada son `print()` e `input()` respectivamente.

A partir de Python 3.0, `print()` se convierte en una función predefinida, anteriormente era tomada como una sentencia del lenguaje. El cambio sintáctico puede verse en los siguientes casos:

- Como sentencia: `print "Hola Python"`
- Como función: `print("Hola Python")`

La función *print* imprime diferentes objetos (object, *) al flujo definido en la variable *file* de modo que todos aparecen separados por el valor de *sep* y seguidos por el valor de *end*.

```
print([object], *, sep="", end="\n", file=sys.stdout)
```

Tenga en cuenta el siguiente ejemplo:

```

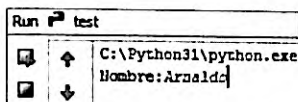
for i in range(3):
    print(1,2,3,sep='-',end=' pasos \n')

```

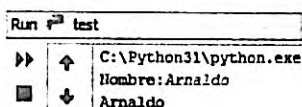
La función *input* cuenta con un único argumento opcional que permite indicar una cadena a escribir antes de esperar entrada de datos del usuario.

```
respuesta = input("Nombre:")
print(respuesta)
```

El código anterior detiene su ejecución esperando asignar un valor a la variable *respuesta*, este valor representa la entrada del usuario.



Definida la entrada (en este caso es el texto "Arnaldo") y pulsada la tecla *enter*, la ejecución del código continúa.



Fíjese en que se ha impreso la cadena "Arnaldo" según dicta la sentencia `print(respuesta)`.

2.15.1 'Hola Mundo' en Python

Este capítulo concluye con una versión del popular e introductorio ejemplo 'Hola Mundo' que puede encontrarse en infinidad de libros de diferentes lenguajes de programación. En este caso, el código incluirá varias de las sentencias, funciones, operaciones y operadores analizados durante las distintas secciones de este capítulo. Intente comprender el lector el propósito del algoritmo.

```
def f(n):

    e = n

    for i in range(2,n):
        if n % i is 0:
            e = i
            break

    if e < n:
        print("Hola Mundo")
    else:
        print("No es lo que busco")
```



Teniendo en cuenta que Python es un lenguaje multiparadigma, en el siguiente capítulo se describirán las posibilidades que ofrece este lenguaje en torno a los paradigmas orientado a objetos y funcional.

Ejercicios del capítulo

1. Programe una función que determine si dos listas son iguales. Dos listas se consideran iguales si tienen igual longitud y sus elementos en cada índice también lo son.
2. Programe una función que reciba una matriz de enteros y devuelva una tupla con la lista o vector de la suma de cada fila y otro vector con la suma de cada columna.
3. Programe una función que determine si un número entero suministrado como argumento es primo.
4. Programe una función que dado un número x devuelva una lista infinita con todos los múltiplos de x .
5. Diseñe y programe un algoritmo recursivo que encuentre la salida de un laberinto, teniendo en cuenta que el laberinto se toma como entrada y que es una matriz de valores *True*, *False*, (x,y) , (a,b) , donde *True* indica un obstáculo; *False*, una celda por la que se puede caminar; (x,y) , el punto donde comienza a buscarse la salida y (a,b) , la salida del laberinto.
6. Programe una solución recursiva al conocido juego de las Torres de Hanoi.
7. Determine el propósito del siguiente algoritmo:

```
def f(l):
    a = 0
    b = 0

    for i in l:
        if i > 0:
            a += i
        else:
            a -= i

    return a + b
```

a) Defina un buen nombre para la función f .

8. Determine el propósito del siguiente algoritmo.

a) Defina un buen nombre para la función g .

```
def g(l):
    a = 0

    for i in l:
        for j in l:
            if abs(i-j) > a:
                a = abs(i-j)

    return a
```

CAPÍTULO 3.

Paradigmas de programación

Python es un lenguaje multiparadigma, evidencia de ello es el soporte que brinda el lenguaje a características propias de diferentes paradigmas de programación. Entre estos paradigmas se encuentran la programación orientada a objetos y la programación funcional. Durante este capítulo se analizarán las características que posee Python en relación a estos paradigmas y las ventajas que ello ofrece al desarrollo de aplicaciones.

3.1 El paradigma orientado a objetos

Un paradigma de programación es una filosofía, una concepción que orienta el proceso de construcción de aplicaciones. Las ideas, conceptos y la forma de pensar orientada a objetos comienzan a cobrar fuerza a finales de los años sesenta y durante los setenta con el desarrollo de lenguajes como Simula 67 y Smalltalk. Con la aparición de C++ (una versión del lenguaje C con orientación a objetos) en los años ochenta el paradigma adquirió gran popularidad y aceptación. Por estos años surge también Eiffel, un lenguaje orientado a objetos diseñado por Bertrand Meyer, autor de *Construcción de software orientado a objetos*, uno de los títulos más reconocidos del tema. En la actualidad algunos de los grandes representantes del paradigma orientado a objetos son los lenguajes Java, CSharp y, por supuesto, Python. Entre los beneficios que ofrece la programación orientada a objetos vale mencionar la reutilización de código, la abstracción de datos, el manejo de eventos y la separación de responsabilidades.

3.1.1 Objetos

Como se mencionó en el capítulo anterior un objeto es una instancia, un ejemplar, una realización de una entidad formal conocida como clase que resulta en la plantilla o guía para la creación del objeto. Estos son tipos de datos abstractos que incluyen atributos e interactúan entre sí procesando información y generando eventos.

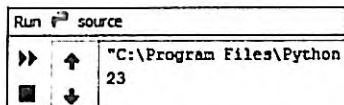
Python es un lenguaje dinámico que considera a todo elemento como un objeto. El dinamismo que posee permite que la extensibilidad de objetos resulte bastante sencilla de modo que agregar propiedades puede realizarse sin problema

alguno. Tenga en cuenta el siguiente ejemplo donde se añade a un objeto instancia de la clase `zapato` la propiedad `costo`.

```
class zapato:
    pass

adidas = zapato()
adidas.costo = 23

print(adidas.costo)
```

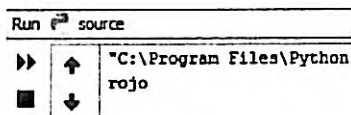


También es posible agregar dinámicamente métodos a una clase vinculando un nombre con una función.

```
def x():
    return "rojo"

adidas.color = x()

print(adidas.color)
```

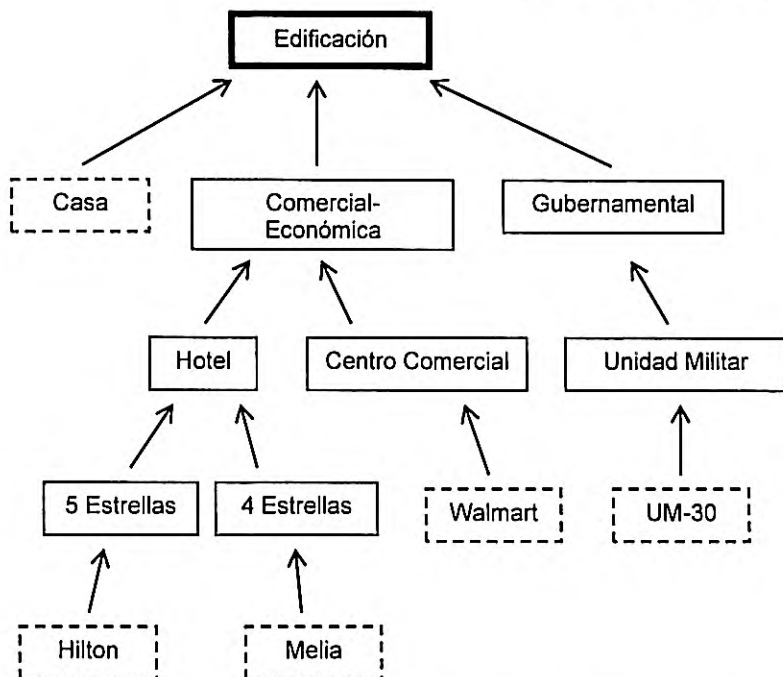


De esta manera un objeto puede crearse a partir de una clase vacía y comenzar a poblarse con propiedades y métodos según sea necesario.

3.1.2 Herencia

La herencia es un mecanismo inherente al paradigma orientado a objetos mediante el cual se establece una relación jerárquica entre diferentes clases favoreciendo de este modo la reusabilidad, organización y extensibilidad del código de un programa. La relación de jerarquía se establece cuando una determinada clase llamada heredera o subclase hereda propiedades y métodos de otra clase conocida como clase padre o superclase.

La intención principal de la herencia es proveer un modelo de objetos regido por la lógica de la vida real de manera que una jerarquía como la siguiente pueda manejarse tal y como correspondería con el escenario real.



Como se puede apreciar, se trata de una jerarquía de edificaciones. Fíjese en que siempre se intenta agrupar elementos comunes bajo un mismo nodo, esto favorece la reutilización de código debido a que el código que resulte común para todas las edificaciones comerciales-económicas podrá ser ubicado en la clase Comercial-Económica y omitido en sus descendientes que lo tomarían del padre. Las hojas de la jerarquía son aquellas clases (Hilton, Casa, Walmart, UM30, etc.) de las que no se hereda. La implementación en Python es la siguiente:

```

class edificacion:
    altura = 0
    dueno = ""
    precio = 0
    ubicacion = ""

    def __init__(self, altura, dueno, precio, ubicacion):
        self.altura = altura
        self.dueno = dueno
        self.precio = precio
        self.ubicacion = ubicacion

    def damealtura(self):
        return self.altura

    def definealtura(self, altura):
        self.altura = altura
  
```

```

def damedueno(self):
    return self.dueno

def definedueno(self, dueno):
    self.dueno = dueno

def dameprecio(self):
    return self.precio

def defineprecio(self, precio):
    self.precio = precio

def dameubicacion(self):
    return self.ubicacion

def defineubicacion(self, ubicacion):
    self.ubicacion = ubicacion

class casa (edificacion):

    habitantes = 0

    def __init__(self, altura, dueno, precio,
                  ubicacion, habitantes):
        super().definealtura(altura)
        super().definedueno(dueno)
        super().defineprecio(precio)
        super().defineubicacion(ubicacion)
        self.habitantes = habitantes

    def damehabitantes(self):
        return self.habitantes

class comercial (edificacion):
    areas_comercio = []

    def __init__(self, altura, dueno, precio,
                  ubicacion, areas_comercio):
        super().definealtura(altura)
        super().definedueno(dueno)
        super().defineprecio(precio)
        super().defineubicacion(ubicacion)
        self.areas_comercio = areas_comercio

    def dameareas(self):
        return self.areas_comercio

```

```

class gubernamental (edificacion):
    nivel_seguridad = 0

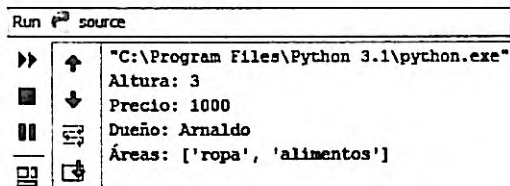
    def __init__(self, altura, dueno, precio,
                  ubicacion, nivel_seguridad):
        super().definealtura(altura)
        super().definedueno(dueno)
        super().defineprecio(precio)
        super().defineubicacion(ubicacion)
        self.nivel_seguridad = nivel_seguridad

    def damenivel_seguridad(self):
        return self.nivel_seguridad

c = comercial(3, "Arnaldo",
              1000, "Vedado, Habana, Cuba",
              ["ropa", "alimentos"])

print("Altura:", c.damealtura())
print("Precio:", c.dameprecio())
print("Dueño:", c.damedueno())
print("Áreas:", c.dameareas())

```



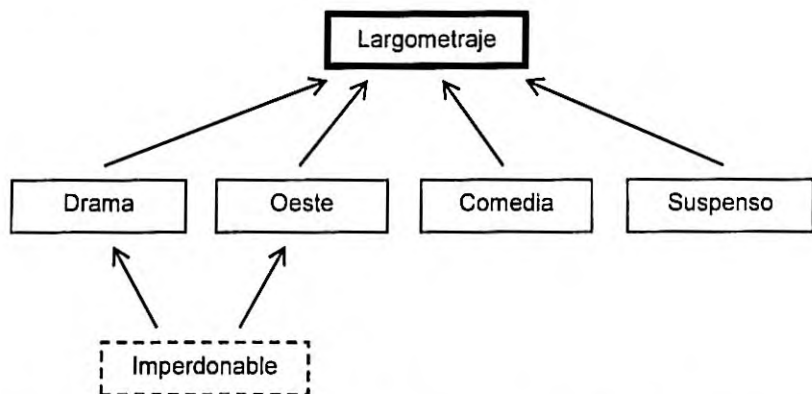
```

Run source
C:\Program Files\Python 3.1\python.exe
Altura: 3
Precio: 1000
Dueño: Arnaldo
Áreas: ['ropa', 'alimentos']

```

El código anterior modela una parte de la jerarquía de edificaciones y evita que se cree código duplicado, por ejemplo, todas las clases, siendo edificaciones, comparten propiedades como altura, precio, etc., las cuales han sido definidas en la clase padre (edificación) que representa la entidad de mayor abstracción en la jerarquía y sus descendientes pueden hacer uso de todas sus propiedades y métodos, asimismo sucede con el resto de las clases. La función predefinida `super()` en este caso que se cuenta con herencia simple retorna un objeto que representa el padre de la clase desde la que se realiza el llamado. La palabra clave y argumento `self` hace referencia a una instancia de la clase en cuestión, debe indicarse en todos los métodos como primer parámetro.

En muchas ocasiones sucede que para modelar apropiadamente un objeto es necesario que este herede propiedades y métodos de varias clases, no de una sola como sucede en la jerarquía de edificaciones. En casos como este se dice que la herencia es múltiple, de lo contrario es simple.



La jerarquía de largometrajes es un ejemplo concreto que ilustra como una clase puede requerir ser derivada de varias clases. Afortunadamente Python es un lenguaje que soporta herencia múltiple. Así puede observarse a continuación:

```

class largometraje:
    duracion = 0
    titulo = ""

    def dametitulo(self):
        return self.titulo

    def definetitulo(self, titulo):
        self.titulo = titulo

    def dameduracion(self):
        return self.duracion

    def defineduracion(self, duracion):
        self.duracion = duracion

class drama (largometraje):
    cargadramatica = 0

    def damecargadramatica(self):
        return self.cargadramatica

    def definecargadramatica(self, cargadramatica):
        self.cargadramatica = cargadramatica
  
```

```

class oeste (largometraje):
    pistoleros = 0

    def damepistoleros(self):
        return self.pistoleros

    def definepistoleros(self, pistoleros):
        self.pistoleros = pistoleros

class imperdonable(oeste, drama):
    pass

l = imperdonable()
l.definecargadramatica(2)
l.defineduracion(120)
l.definetitulo('Imperdonable')
l.definepistoleros(2)

print("Carga:", l.damecargadramatica())
print("Duración:", l.dameduracion())
print("Titulo:", l.dametitulo())
print("Pistoleros:", l.damepistoleros())

```

Una clase hija puede sobrescribir o crear su propia implementación de un método que contenga el padre.

```

class imperdonable(oeste, drama):

    def damepistoleros(self):
        return "Solo dos"

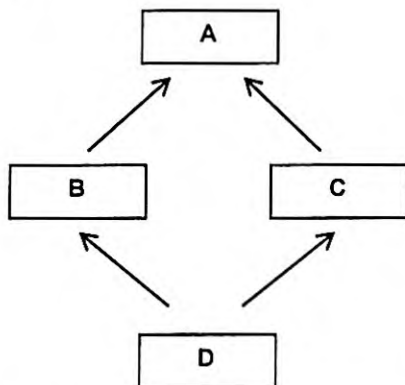
```

También es posible acceder a propiedades y métodos de la clase padre a través de la función `super()` según se analizó en el código correspondiente a la jerarquía de edificaciones.

3.1.2.1 Herencia diamante

Lenguajes que soportan la herencia múltiple generalmente tienen que lidiar con una situación conocida como la herencia diamante. En esta situación se crea una ambigüedad al realizar un llamado a un método de A desde D dado que no se sabría a ciencia cierta si tomarlo de B o de C.

Para comprender cómo Python ha resuelto este escenario en sus diferentes versiones, debe conocerse que hasta el momento han existido dos tipos de clases en el lenguaje: aquellas conocidas como clases clásicas (en versiones anteriores a la 2.2) y las conocidas como clases de nuevo estilo, cuyo modelo aparece a partir de la versión 2.2.



Desde 2.2, el objeto predefinido *object* es un ancestro común de todos los tipos predefinidos en Python, también lo es de las clases de nuevo estilo. El hecho de que las clases en estas versiones de Python hereden de *object* se convierte en una diferencia fundamental con respecto a las clases clásicas que no pueden heredar de *object* pues en versiones previas a 2.2 no existía el objeto.

En el modelo antiguo de clases (clásico) la resolución de herencias de tipo diamante se realiza por medio de una búsqueda en profundidad (DFS en inglés) donde se recorrían las clases comenzado por A, luego sus hijos por orden así que en el caso anterior el siguiente sería B, luego los hijos de B, por orden también así que el próximo sería D, luego por vuelta atrás se regresaba a B (D no tiene descendientes) que no tenía más hijos por recorrer, luego por vuelta atrás hasta A y finalmente se llegaba al último hijo de A que era C. El recorrido quedaría A, B, D, C.

En el nuevo modelo se resuelve el problema del diamante realizando una búsqueda de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba de modo que el recorrido realizado sería D, B, C, A, *object*. En el ejemplo de la jerarquía de largometrajes las clases *Imperdonable*, *Drama*, *Oeste* y *Largometraje* presentan una herencia tipo diamante.

3.1.3 Polimorfismo

El polimorfismo hace referencia a los múltiples (prefijo *poli* = 'muchos') comportamientos (base *morfismo* = 'formas') que puede mostrar una clase en dependencia de la subclase de la que se instance. Debido a que Python permite que una subclase pueda tratarse como una clase padre, el concepto realmente queda como algo inherente y casi invisible del lenguaje. La filosofía *duck typing*, que sigue Python, declara lo siguiente: «Si camina como un pato o nada como un pato, entonces es un pato». Veamos en el siguiente ejemplo cómo objetos diferentes responden a métodos heredados con implementaciones particulares.

```

class animal:

    def acciones(self):
        return []

class perro (animal):

    def acciones(self):
        return ['ladrar',
                'comer',
                'caminar',
                'respirar']

class ave(animal):

    def acciones(self):
        return ['volar',
                'comer',
                'respirar']

a = ave()
p = perro()

def polimorfismo(animal):
    return animal.acciones()

print(polimorfismo(a))
print(polimorfismo(p))

```

```

Run test
>>> C:\Python31\python.exe C:/Users/arnaldo.CAUDAL.
['volar', 'comer', 'respirar']
['ladrar', 'comer', 'caminar', 'respirar']

```

Observe que al realizar los llamados a la función polimorfismo el resultado se halla en correspondencia con el objeto suministrado como argumento. De este modo, la variable `animal` ha adoptado el comportamiento adecuado en dependencia de su implementación concreta.

3.1.4 Encapsulación

La encapsulación es un término que suele confundirse con la ocultación de información. Aunque ambos se encuentran relacionados y realmente cuando se encapsula puede ocultarse información, el primero es un concepto que abarca un espectro mucho mayor.

Puede pensarse en la encapsulación como en el proceso de contener información existiendo la posibilidad de que el contenedor pueda también utilizarse

como una forma de ocultar información. Si buscamos una analogía con la vida real, el contenedor puede ser un auto y la información todo lo que tengamos dentro del auto. El hecho de tener o no la información oculta dependerá de si tenemos o no cristales oscuros, pero de cualquier forma la información estará encapsulada.

Para decidir qué información debe encapsularse es necesario tener un buen nivel de abstracción. La abstracción es una forma de pensar que nos permite modelar apropiadamente los objetos que existen en el mundo real y llevarlos a una representación en un programa. Esencialmente es una traducción que se lleva a cabo de un contexto a otro, en este caso del mundo real a una plantilla o clase que servirá para crear objetos. Para ilustrar la relación entre abstracción y encapsulación considere una clase *piano* y otra clase *pianista*. Un piano cuenta con una cantidad de elementos como pueden ser cuerdas, teclas, etc. que lo describen físicamente. Por otro lado un pianista puede interesarse en un piano solamente por su marca, sin tener en cuenta diferentes cuestiones que le pueden resultar poco llamativas como pueden ser el tipo de madera utilizada, cuerdas, teclas, etc. El pianista utiliza el piano pero puede no encontrar interés en algunas de sus propiedades interiores, es por esto que en el modelo de abstracción estas propiedades deben dejarse fuera del alcance del pianista a quién solo le interesa tocar un buen piano y con la marca obtiene suficiente información. Analice el siguiente código que ilustra esta situación:

```
class piano:

    __cuerdas = 224
    __teclado = 88
    __fabricante = ""
    __maderas = []

    def __init__(self, fabricante):
        self.fabricante = fabricante

    def damefabricante(self):
        return self.fabricante

    def dameteclado(self):
        return self.__teclado

    def damecuerdas(self):
        return self.__cuerdas
```

```

class pianista:

    __nombre = ""
    __piano = None

    def __init__(self, nombre):
        self.nombre = nombre

    def damenombre(self):
        return self.nombre

    def definenombre(self, nombre):
        self.nombre = nombre

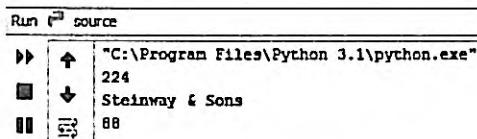
    def damepiano(self):
        return self.piano

    def definepiano(self, piano):
        self.piano = piano

beethoven = pianista("beethoven")
beethoven.piano = piano("Steinway & Sons")

print(beethoven.piano.damecuerdas())
print(beethoven.piano.damefabricante())
print(beethoven.piano.dameteclado())

```



Del mismo modo en que se pueden hacer privados los campos de una clase, también es posible hacer privados los métodos que esta defina antecediendo al nombre del método o campo dos guiones bajos.

En el código anterior la clase *piano* incluye 4 campos privados de los cuales solo 3 pueden ser accedidos por medio de los métodos *damefabricante()*, *dameteclado()* y *damecuerdas()*, de modo que son campos que la clase expone como de solo lectura. El campo *maderas* se supone sea una variable para funcionamiento interno de la clase y no puede ser accedido desde el exterior.

Finalmente la clase *pianista* posee un campo *piano* (de lectura y escritura), que puede ser leído y definido por medio de los métodos *damepiano()* y *definepiano()*. Observe que con este diseño se ha logrado encapsular variables como cuerdas o maderas, que siguiendo un modelo de abstracción lógica deben ser de funcionamiento interno de la clase y no expuestas públicamente o

expuestas a través de intermediarios como son las propiedades de clase, las cuales han sido mostradas hasta ahora como métodos y no en la manera formal en la que se definen las propiedades de clases en Python. Este será el objetivo de una sección venidera.

3.1.5 Instancia de una clase

Como hemos visto hasta ahora, para crear una instancia de una clase se emplea la siguiente sintaxis:

```
nombre_objeto = clase([argumentos])
```

Para conocer la clase de una instancia se cuenta con la función `isinstance(instancia, clase)` que retorna `True` si la instancia suministrada como argumento es heredera directa o indirecta de clase.

```
class ciudad:

    __pais = ""
    __nombre = ""
    __habitantes = 0

    def __init__(self, p, n, h):
        self.__pais = p
        self.__nombre = n
        self.__habitantes = h

    def fnumerohabitantes(self):
        return self.__habitantes


    numerohabitantes = property\
        (fget = fnumerohabitantes)











class habana (ciudad):

    def __init__(self, p, n):
        super().__init__(p,n, 2000000)

h = habana("Cuba", "Habana")

print(h.numerohabitantes)
print(isinstance(h, ciudad))
print(isinstance(h, habana))
print(isinstance(h, matematicas))
```

Run  source

		"C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
		2000000
		True
		True
		False

En el ejemplo anterior puede apreciarse que *habana* es reconocida como instancia de *ciudad*, clase de la que hereda y que es reconocida también como instancia de sí misma. Observe que acertadamente no es considerada instancia de la clase *matematicas*.

3.1.6 Método `__init__`

El método especial `__init__` se ejecuta al crearse una instancia de la clase que lo haya implementado. Se utiliza frecuentemente para definir valores de la clase o llevar a cabo diferentes tareas de inicialización. Todos los argumentos que recibe excepto el primero (`self`) deben suministrarse al crear la instancia. Su símil en lenguajes como CSharp o Java es un método especial conocido como constructor, que lleva siempre el nombre de la clase que lo implementa. El método no debe devolver ningún valor salvo *None*.

```
class rectangulo:

    __area = 0
    __perimetro = 0

    def __init__(self, a, b):
        self.__area = a*b
        self.__perimetro = 2*(a+b)

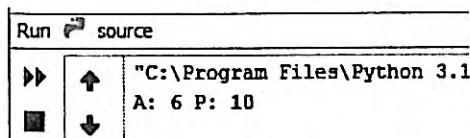
    def __damearea(self):
        return self.__area

    def __dameperimetro(self):
        return self.__perimetro

    area = property(fget=__damearea)
    perimetro = property(fget=__dameperimetro)

r = rectangulo(2,3)

print("A:",r.area,"P:",r.perimetro)
```



En el código anterior se inicializan los campos `area` y `perímetro` en el método `__init__`. Esto tiene sentido porque la clase no permite que los lados del rectángulo sean modificables y al no ser alterables tampoco lo serán su perímetro o su área que pueden ser calculados al crearse una instancia de la clase. Resulta importante tener en cuenta que los argumentos que se suministren a la instancia de una clase deben corresponder con los definidos en `__init__` de lo contrario se lanzará una excepción.

3.1.7 Argumento *self*

Hasta el momento la mayoría de los métodos que hemos creado en las clases analizadas durante este capítulo tienen como primer argumento a *self*. Para comprender el sentido que Python otorga a este argumento debe conocerse lo que son los métodos atados y los no atados.

Un método se dice atado si se encuentra asociado con una instancia de clase; de lo contrario, se dice que es un método no atado. El hecho de estar atado o no a una instancia de clase está dado por el uso del argumento *self* de modo que los métodos que lo tomen como parámetro en una clase son atados y los que no lo hagan son no atados. La atadura o vínculo se logra por medio de *self* que representa a la instancia creada a partir de la clase y proporciona acceso a todos sus atributos. Observe el siguiente código donde se muestran métodos atados, no atados y la forma en que todos estos pueden ser invocados.

```
class auto:
    __millas = 0
    __marca = ""

    def __init__(self, marca, millas):
        self.__marca = marca
        self.__millas = millas

    def dame_millas(self):
        return self.__millas

    def dame_marca(self):
        return self.__marca

def f():
    print("Un auto")

auto.imprime = f
auto.imprime()
# Este llamado resulta en TypeError
bmw.imprime()
```

En el ejemplo anterior *imprime* es un atributo asociado a la clase *auto*; solo existe en esta así que un llamado a *imprime()* en el objeto *bmw* resultaría en un error.

3.1.8 Sobrecarga de operadores

Python, al igual que lenguajes como C++, Java o Csharp, brinda la posibilidad de sobrecargar sus operadores. La sobrecarga consiste en crear una implementación particular de cada operador de modo tal que cuando sean utilizados el resultado corresponda a la implementación definida. Esto es posible porque los operadores

pueden verse simplemente como funciones binarias, unarias o n-arias que retornan un resultado. Las implementaciones deben disponerse en métodos especiales (con prefijo `__` al igual que `init`) que se ejecutan cuando se utilizan los operadores sobrecargados sobre los tipos cuyas clases contengan las sobrecargas. A continuación se puede observar una tabla con algunos de estos métodos especiales.

Método	Invocado por	Operador
<code>__add__</code>	$a+b$, $a+=b$	<code>+</code>
<code>__sub__</code>	$a-b$, $a-=b$	<code>-</code>
<code>__mul__</code>	$a*b$	<code>*</code>
<code>__eq__</code>	$a==b$	<code>==</code>
<code>__lt__</code>	$a<b$	<code><</code>
<code>__gt__</code>	$a>b$	<code>></code>
<code>__le__</code>	$a<=b$	<code><=</code>
<code>__ge__</code>	$a>=b$	<code>>=</code>
<code>__neg__</code>	Negación	<code>not</code>
<code>__or__</code>	Operador de disyunción	<code>or</code>
<code>__and__</code>	Operador de conjunción	<code>and</code>
<code>__setitem__</code>	Asignamiento por índice	$a[i] = x$

El siguiente ejemplo ilustra el uso que se le puede dar a la sobrecarga de operadores mediante una clase *mi_numero* que consiste en una implementación de un tipo numérico personalizado.

Python fácil

```
class mi_numero:

    __valor = 0

    def __init__(self, v):
        self.__valor = v

    def __add__(self, other):
        return (self.__valor
                + other.__valor)/2

    def __sub__(self, other):
        return (self.__valor
                - other.__valor)/2

    def __mul__(self, other):
        return (self.__valor
                * other.__valor)/2

    def __gt__(self, other):
        return self.__valor > other.__valor









    def __neg__(self):
        return self.__valor < 0

    def __bool__(self):
        return self.__valor > 0

    def __eq__(self, other):
        return abs(self.__valor
                    - other.__valor) <= 1

n = mi_numero(5)
m = mi_numero(6)

print(n == m)
print(n < m)
print("Suma:", n + m)
print("Resta:", n - m)
print("Mult:", n * m)
print(not mi_numero(-6))
```

Run  source	
	"C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
	True
	True
	Suma: 5.5
	Resta: -0.5
	Mult: 15.0
	True

En el código anterior se ha sobrecargado la función `__bool__()` que se ejecuta cuando se requiere un valor de verdad para el objeto. Esta ejecución puede darse por ejemplo al realizar la negación lógica pues esta demanda un valor de verdad a ser negado. Considere el lector que los tipos de *mi_numero* tienen operadores de suma, resta, multiplicación y comparación personalizados. La suma por ejemplo resulta de sumar los valores de ambos tipos y dividirla entre dos. De esta forma es posible crear un objeto que tenga el comportamiento deseado cuando se opera con él.

3.1.9 Propiedades

Hasta ahora hemos visto las propiedades como métodos de clase buscando compatibilidad con el modelo clásico que no soporta la creación implícita de propiedades sino a través de los métodos especiales `__getattr__` y `__setattr__`. En el nuevo modelo de clases es posible crear propiedades a través de la función predefinida *property* según se puede observar en el siguiente ejemplo:

```
class mesa:

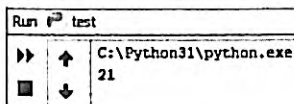
    __longitud = 0
    __ancho = 0

    def __init__(self, l, a):
        self.__longitud = l
        self.__ancho = a

    def damelongitud(self):
        return self.__longitud

    longitud = property(damelongitud,
                        doc='longitud de la mesa')

m = mesa(21,34)
print(m.longitud)
```



La función *property* que devuelve un atributo propiedad posee la siguiente sintaxis genérica:

```
property (fget=None, fset=None, fdel=None, doc=None)
```

Donde *fget* es una función para tomar el valor de la propiedad, *fset* una función para definirlo y *fdel* una función para borrar la propiedad. Finalmente *doc* será la cadena que documente la propiedad (*docstring*). Teniendo esto en cuenta, el ejemplo anterior puede ser complementado de la siguiente forma:


```

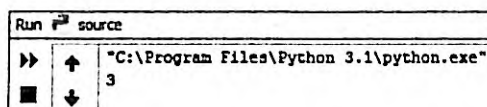
def definelongitud(self, valor):
    self.__longitud = valor

longitud = property(damelongitud,
                    definelongitud,
                    doc='longitud de la mesa')

m = mesa(21,34)
m.longitud = 3

print(m.longitud)

```



En el modelo clásico de clases se podía lograr el mismo efecto mediante los métodos especiales `__getattr__` y `__setattr__`.

```

class mesa:

    __longitud = 0
    __ancho = 0

    def __init__(self,l,a):
        self.__ancho = a
        self.__longitud = l

    def damelongitud(self):
        return self.__longitud

    def definelongitud(self, valor):
        self.__longitud = valor

    def __getattr__(self, item):
        if item == "longitud":
            return self.damelongitud()

    def __setattr__(self, key, value):
        if(key == 'longitud'):
            self.__dict__[key] = value

```

Observe que estos métodos deben tener implementado un mecanismo para reconocer que la propiedad existe, esto se puede lograr sin problema alguno mediante bloques condicionales que realicen pruebas para determinar si la propiedad solicitada existe. Tenga en cuenta también que los valores se almacenan en un diccionario `__dict__` que existe para cada instancia de una clase y permite vincular atributos arbitrarios con una instancia.

3.1.10 Métodos estáticos y de clase

Un método de una clase se dice estático si puede ser llamado desde una clase por medio de la sintaxis `nombreclase.metodo` o desde una instancia de la misma siempre sin vínculo al primer argumento `self`.

En cierto modo un método estático puede verse como un servicio que ofrece la clase por mediación de una función que se le define, dicho servicio se supone esté lógicamente relacionado con el propósito de la clase. Para construirlos se utiliza la función predefinida `staticmethod` que recibe un único argumento.

`staticmethod (f)`

El argumento `f` es la función a invocar cuando se solicite el método estático. Observe el ejemplo que se muestra a continuación:

```
class matematicas:

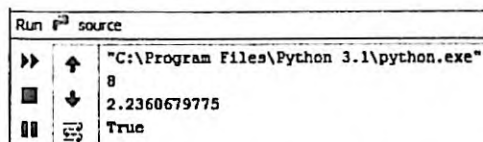
    def __fpotencia(base, exponente):
        return base ** exponente

    def __fraiz_cuadrada(n):
        return pow(n,0.5)

    def __fesprimo(n):
        n = abs(n)
        if n <= 1: return False
        for i in range(2,round(pow(n,0.5))+1):
            if(n % i == 0):
                return False
        return True

    potencia = staticmethod(__fpotencia)
    raiz_cuadrada = staticmethod(__fraiz_cuadrada)
    esprimo = staticmethod(__fesprimo)

m = matematicas()
print(matematicas.potencia(2,3))
print(matematicas.raiz_cuadrada(5))
print(matematicas.esprimo(13))
```



La clase `matematicas` ofrece los métodos estáticos `potencia`, `raiz_cuadrada` y `esprimo`. Fíjese en que el haberse definidos como estáticos se encuentra apoyado por el hecho de ser servicios de la clase que no requieren para nada de una instancia.

Por otro lado, un método se dice que es de clase si es posible invocarlo desde la clase o desde una instancia cualquiera de la misma. Su primer argumento es llamado

por simple convención `cls` y es quien se vincula a la clase desde la que se llama al método o a la clase de la instancia desde la que se realiza el llamado al método, de modo que nunca se lleva a cabo ningún vínculo o atadura con la instancia en sí.

Para construir un método de clase se emplea la función predefinida `classmethod()` que requiere como único argumento la función que será invocada al llamar al método. Considere el próximo ejemplo en el que puede verse como la clase *móvil* tiene acceso a un método de clase tanto desde una instancia como desde la propia clase.

```
class movil:

    marca = ""
    pin = 0

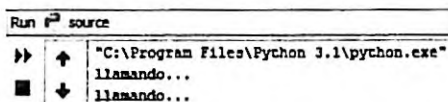
    def __init__(self, m, p):
        self.marca = m
        self.pin = p

    def fllamada(cls):
        print("llamando...")

    llamar = classmethod(fllamada)

iphone = movil("iphone5", 4513)

movil.llamar()
iphone.llamar()
```



3.1.11 POO y la reusabilidad

La reusabilidad es uno de los grandes beneficios que ofrece la programación orientada a objetos (POO) y consiste en la capacidad de utilizar una y otra vez el código propio o de un tercero con el objetivo de lograr la construcción de *software*. Dicho código puede estar de manera explícita a través de un texto plano o mediante librerías (.dll) que contengan la funcionalidad del código de manera implícita. Actualmente los marcos de trabajo (.NET, Django, ASP. NET MVC, etc.) representan un claro ejemplo de las ventajas de la reusabilidad de código. En lenguajes como Python la reusabilidad puede alcanzarse de diferentes formas, entre ellas los módulos y las clases son las alternativas más acertadas. Cuando en un fichero .py se escribe una línea para importar un módulo, se está tomando ventaja del trabajo de otros y, por ende, también se está tomando provecho de su código, que en este caso está siendo reusado. Con las clases sucede lo mismo que con los módulos pues ambos son contenedores o paquetes de funcionalidad, aún más, las clases no solo pueden reusarse sino que también pueden extenderse por medio de la herencia.

Siendo uno de los pilares fundamentales de la programación orientada a objetos, la herencia posibilita que se pueda obtener el mayor provecho de la reutilización al permitir que una clase obtenga toda la funcionalidad de otra clase padre y que además pueda extenderla o personalizarla. Considere el siguiente ejemplo donde se puede observar como de las clases *compañía* y *movil* se hereda, reusa y extiende código para construir las clases *iphone* y *samsunggalaxy*.

```
class movil:

    __marca = ""
    __pin = 0

    def __init__(self, m, p):
        self.marca = m
        self.pin = p

    def llamada(self):
        return "llamada a su movil"

class compania:

    __fundacion = ""
    __sede = ""
    __nombre = ""

    def __init__(self, n, f, s):
        self.__nombre = n
        self.__fundacion = f
        self.__sede = s

class apple(compania):

    def __init__(self, n, f, s):
        super().__init__(n, f, s)

class samsung(compania):

    def __init__(self, n, f, s):
        super().__init__(n, f, s)

class iphone(movil, apple):

    def __init__(self, m, p):
        super().__init__(m,p)

    def llamada(self):
        return "llamada a su iphone"

class samsunggalaxy(movil,samsung):

    def __init__(self, m, p):
        super().__init__(m,p)

    def llamada(self):
        return "llamada a su samsung" \
            "galaxy"
```



3.1.12 Módulos vs. Clases

En la sección anterior se estableció una relación entre las clases y los módulos en términos de funcionalidad y reusabilidad. Para aclarar las diferencias que existen entre los módulos y las clases considere lo siguiente:

Las clases:

- Siempre existen dentro de un módulo.
- Representan una plantilla para la creación de objetos.
- Se crean a través de la sentencia *class*.
- Se utilizan mediante llamados.

Los módulos:

- Se utilizan mediante importación con la palabra clave *import*.
- Son paquetes funcionales de datos y lógica.
- Son creados cuando se escriben ficheros Python o extensiones C.

Evidentemente las clases son elementos mucho más adheridos al paradigma de la programación orientada a objetos pues estas soportan la herencia, la sobrecarga de operadores y funciones, el polimorfismo y otros componentes de la POO que los módulos como simples contenedores no soportan.

3.1.13 Extensión de tipos

Decimos que extendemos un tipo cuando creamos nuevas clases a partir de tipos predefinidos del lenguaje. La extensión puede lograrse embebiendo o envolviendo un tipo que se quiera personalizar en una clase donde se implementen las nuevas operaciones requeridas. El siguiente ejemplo muestra una clase bolsa que extiende o personaliza las operaciones de una lista al comprobar que dos elementos iguales no sean añadidos a la bolsa y que el nuevo elemento a añadir no provoque que la cota de peso máximo sea superada. Asimismo se comprueba que no se eliminen una cantidad de elementos tal que la cota mínima sea alcanzada.

```
class bolsa:

    __max = 0
    __min = 0
    __elems = []
    __peso = 0

    def __init__(self, max, min):
        self.__max = max
        self.__min = min

    def añade(self, x):
        if (not self.__elems.__contains__(x)
            and x[1] + self.__peso <= self.__max):
            self.__elems.append(x)
            self.__peso += x[1]

    def elimina(self, x):
        if (self.__elems.__contains__(x) and
            self.__peso - x[1] >= self.__min):
```

```

        self.__elems.remove(x)
        self.__peso -= x[1]

    def __damepeso(self):
        return self.__peso

    peso = property(fget = __damepeso)

    def __getitem__(self, item):
        return self.__elems[item]

    def __str__(self):
        salida = ""
        for t in self.__elems:
            salida += "[" + str(t[0]) + ", "\
                + str(t[1]) + "]" + '\n'
        return salida

b = bolsa(8,2)
b.añade([2,3])
b.añade([4,2])
b.añade([1,2])

b.elimina([2,3])
b.elimina([1,2])

print(b[0])
print(b)

```

```

Run test
C:\Python31\python.exe
[4, 2]
[4, 2]

```

En el código anterior se ha creado la clase *bolsa* que se apoya en una lista como tipo predefinido base para su implementación. Observe que al final todas las operaciones (indexado, adición y eliminación) se realizan sobre `__elems` y siendo una clase también es posible extenderla y personalizarla mediante herencia y sobrecarga de operadores. Otra técnica para extender un tipo es conocida como *subclassing* y será descrita en la próxima sección.

3.1.13.1 Subclassing

Decimos que hacemos *subclassing* cuando creamos una clase que hereda de otra. Comenzando en Python 2.2, se ofrece la posibilidad de hacer *subclassing* a los tipos predefinidos de manera que puedan ser extendidos y personalizados. Con esta técnica se puede crear una clase *micadena* que herede de *str* e implemente operaciones adicionales como pudieran ser verificar si la cadena es palíndromo (una palabra es palíndromo cuando es igual a su reverso, 'ana' por ejemplo) o comprobar que la cadena es un anagrama (es un anagrama de otra cadena si de cualesquiera de estas puede obtenerse la otra por medio de una reordenación de sus caracteres) de otra cadena suministrada como argumento. El código que se ilustra a continuación muestra la clase *micadena* con estas dos operaciones.

```
class micadena (str):

    def es_palindromo(self):
        if len(self) is 1:
            return True

        j = len(self) - 1
        for i in range(len(self)):
            if self[i] != self[j]:
                return False
            j-=1
            if i == j: break

        return True


    def es_anagrama(self, x):

        for i in range(len(self)):
            if x.count(self[i]) != \
                self.count(self[i]):
                return False

        for i in range(len(x)):
            if x.count(x[i]) != \
                self.count(x[i]):
                return False

        return True

s = micadena('savgvas')
print(s.es_palindromo())
print(s.es_anagrama('sasatvv'))
```

Run  test	
»	C:\Python31\python.exe
■	True
■	True

Los algoritmos `es_palindromo` y `es_anagrama` son bastante simples. El primero realiza un recorrido por la cadena de izquierda a derecha comprobando que el primer carácter y el último sean iguales, luego el segundo y el penúltimo y así sucesivamente. Para ello utiliza la variable `j` que indexa siempre el último carácter y el ciclo se detiene cuando `i` y `j` tienen el mismo valor. En ese caso todos los caracteres han sido examinados y considerando que previo a alcanzar esa condición no se han encontrado dos caracteres distintos entonces la cadena debe ser un palíndromo.

El algoritmo `es_anagrama` realiza dos recorridos, el primero para verificar que todos los caracteres de la instancia se encuentran en `x` y en igual cuantía; y, el segundo, para realizar la misma operación pero comprobando que todos los caracteres de `x` se encuentran en la instancia y en la misma cuantía.

3.1.14 Clases de “Nuevo Estilo”

Durante el presente capítulo se han examinado algunas de las características distintivas de las clases de nuevo estilo que aparecen a partir de la versión 2.2 de Python. Estas características se resumen a continuación:

- El tipo *object* es la superclase de todas las clases de Python.
- Es posible definir métodos estáticos y de clase mediante las funciones *staticmethod* y *classmethod*.
- Es posible definir propiedades de lectura y escritura mediante la función *property*.
- Considerando que hereda de *object* puede sobrescribir varios métodos especiales entre los que se encuentran `__init__`, `__delattr__`, `__getattr__`, `__setattr__` y `__str__`.
- El problema del diamante en las nuevas clases se resuelve por un orden de resolución de métodos que realiza un recorrido de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba.

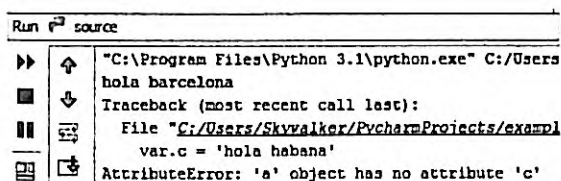
Una de las nuevas extensiones con que cuentan estas clases es la variable `__slots__` que permite definir una lista de atributos válidos con el propósito de limitar la cantidad que una instancia puede tener.

```
class a(object):

    __slots__ = ['a', 'b']

var = a()

var.a = 'hola barcelona'
print(var.a)
var.c = 'hola habana'
print(var.c)
```



Tenga en cuenta que en el código de la clase *a* se definen *slots* o ranuras para los atributos 'a' y 'b' de modo que un intento de acceso a cualquier otro atributo (c por ejemplo) resultaría en un error.

3.1.15 Atributos privados

En Python no se cuenta realmente con la noción de privacidad o accesibilidad con que cuentan otros lenguajes como aquellos de la familia C donde existen los

Python fácil

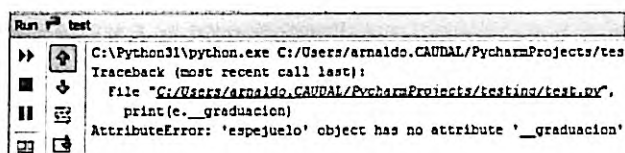
modificadores de acceso *private*, *protected* y *public* que restringen el acceso a métodos y variables para que estos sean accesibles por el objeto, por el objeto y sus descendientes o accesibles para todos.

En secciones anteriores se han declarado variables y funciones prefijadas con dos guiones bajos (`__`). El lector pudiera pensar que en estos casos realmente se estaban creando variables privadas dado que un acceso del tipo `instancia.__atributo` resultaría en un error.

```
class espejuelo:

    __graduacion = ""

e = espejuelo()
print(e.__graduacion)
```

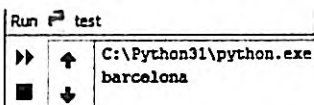


Realmente en Python todo es público, lo que sucede cuando se crea un atributo prefijado con dos guiones bajos es que entra en acción un mecanismo conocido como mutilación de nombres (del inglés *mangling name*) que al encontrar un atributo `x` que comience con dos guiones bajos lo transforma internamente a `__nombreclase__x` y entonces puede ser accedido siguiendo esta sintaxis.

```
class espejuelo:

    __graduacion = "barcelona"

e = espejuelo()
print(e._espejuelo__graduacion)
```



Los programadores en Python utilizan convenciones para delimitar lo público de lo privado. Por lo general una variable que comience con uno o dos guiones bajos se considera privada y se supone que su valor no deba ser modificado. Estas convenciones rigen el desarrollo de aplicaciones en Python.

3.2 Programación funcional

Los lenguajes de programación representan lenguajes formales que se utilizan para definir tareas a ejecutar por un ordenador. Actualmente los lenguajes de programación que gozan de mayor popularidad son aquellos que se encuentran

provistos de la mayor cantidad de capas de abstracción que son conocidos como lenguajes de alto nivel, Python es claramente uno de ellos. Estas capas de abstracción pueden considerarse como traducciones del código binario comprendido por una computadora a un conjunto de construcciones sintácticas que asemejan a las utilizadas por los seres humanos. Los lenguajes funcionales se encuentran entre los lenguajes de más alto nivel.

El paradigma de la programación funcional tiene sus inicios en ideas que anteceden a las de la propia computación y encuentra sus cimientos en el cálculo lambda que proporciona un marco teórico para definir y evaluar funciones y es introducido a principios del siglo XX por los matemáticos norteamericanos Alonzo Church y Stephen Kleene. Resulta significativo notar que un lenguaje que halle su basamento en un sistema formal como el cálculo lambda tendrá a las funciones como ciudadanos de primera clase y la solución dada a un problema computacional estará representado por un conjunto de funciones por las que pasará el flujo de datos hasta obtener un valor de respuesta. Naturalmente, la mayoría de los lenguajes de programación, incluso aquellos que no incorporan elementos del paradigma funcional guardan alguna relación con el cálculo lambda, los métodos, funciones o procedimientos que definimos en estos lenguajes representan abstracciones de este sistema.

Aunque la programación funcional tradicionalmente se vio orientada a entornos académicos, en los últimos años se ha evidenciado un interés por el empleo de lenguajes funcionales en diferentes ámbitos comerciales y para tareas como pueden ser el análisis financiero, estadístico, económico. Muchos de los llamados lenguajes funcionales ofrecen la posibilidad de incorporar elementos que pertenecen a diferentes paradigmas (orientado a objetos, imperativos, etc.). Estos son los llamados híbridos y entre los cuales vale destacar a: F#, OCaml, Lisp y Scala. Entre los lenguajes puros (aquellos cernidos casi totalmente al paradigma funcional) se encuentran: Haskell y Miranda.

Una de las características principales que define al paradigma funcional es la expresividad y legibilidad que se obtiene en el código. En Python el paradigma puede verse representado por las funciones *lambda*, *map*, *filter* y *reduce*, clásicas de lenguajes funcionales. También por las listas de comprensión, añadidas en la versión 2.0 y tomadas de un lenguaje puro como Haskell. En secciones venideras se analizarán cada una de las funciones previamente mencionadas y se mostrará la forma en la que estas pueden beneficiar al desarrollo de aplicaciones.

3.2.1 Expresiones lambda

La sentencia lambda permite definir funciones anónimas, esto es, funciones que carecen de nombre. Resulta bastante útil cuando se desea definir de manera rápida una pequeña función. La sintaxis general de la sentencia es la siguiente:

`lambda lista_de_parámetros : expresión`

En este caso `lista_de_parámetros` es una lista de parámetros o argumentos separados por coma y `expresión` es la expresión que definirá a la función. Considere el siguiente ejemplo:

```
f = lambda x,y: x + y
```

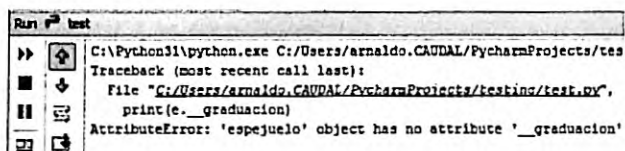
modificadores de acceso *private*, *protected* y *public* que restringen el acceso a métodos y variables para que estos sean accesibles por el objeto, por el objeto y sus descendientes o accesibles para todos.

En secciones anteriores se han declarado variables y funciones prefijadas con dos guiones bajos (`__`). El lector pudiera pensar que en estos casos realmente se estaban creando variables privadas dado que un acceso del tipo `instancia.__atributo` resultaría en un error.

```
class espejuelo:

    __graduacion = ""

e = espejuelo()
print(e.__graduacion)
```

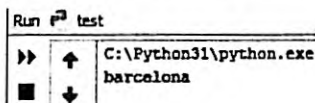


Realmente en Python todo es público, lo que sucede cuando se crea un atributo prefijado con dos guiones bajos es que entra en acción un mecanismo conocido como mutilación de nombres (del inglés *mangling name*) que al encontrar un atributo `x` que comience con dos guiones bajos lo transforma internamente a `__nombreclase_x` y entonces puede ser accedido siguiendo esta sintaxis.

```
class espejuelo:

    __graduacion = "barcelona"

e = espejuelo()
print(e._espejuelo__graduacion)
```



Los programadores en Python utilizan convenciones para delimitar lo público de lo privado. Por lo general una variable que comience con uno o dos guiones bajos se considera privada y se supone que su valor no deba ser modificado. Estas convenciones rigen el desarrollo de aplicaciones en Python.

3.2 Programación funcional

Los lenguajes de programación representan lenguajes formales que se utilizan para definir tareas a ejecutar por un ordenador. Actualmente los lenguajes de programación que gozan de mayor popularidad son aquellos que se encuentran

provistos de la mayor cantidad de capas de abstracción que son conocidos como lenguajes de alto nivel, Python es claramente uno de ellos. Estas capas de abstracción pueden considerarse como traducciones del código binario comprendido por una computadora a un conjunto de construcciones sintácticas que asemejan a las utilizadas por los seres humanos. Los lenguajes funcionales se encuentran entre los lenguajes de más alto nivel.

El paradigma de la programación funcional tiene sus inicios en ideas que anteceden a las de la propia computación y encuentra sus cimientos en el cálculo lambda que proporciona un marco teórico para definir y evaluar funciones y es introducido a principios del siglo XX por los matemáticos norteamericanos Alonzo Church y Stephen Kleene. Resulta significativo notar que un lenguaje que halle su basamento en un sistema formal como el cálculo lambda tendrá a las funciones como ciudadanos de primera clase y la solución dada a un problema computacional estará representado por un conjunto de funciones por las que pasará el flujo de datos hasta obtener un valor de respuesta. Naturalmente, la mayoría de los lenguajes de programación, incluso aquellos que no incorporan elementos del paradigma funcional guardan alguna relación con el cálculo lambda, los métodos, funciones o procedimientos que definimos en estos lenguajes representan abstracciones de este sistema.

Aunque la programación funcional tradicionalmente se vio orientada a entornos académicos, en los últimos años se ha evidenciado un interés por el empleo de lenguajes funcionales en diferentes ámbitos comerciales y para tareas como pueden ser el análisis financiero, estadístico, económico. Muchos de los llamados lenguajes funcionales ofrecen la posibilidad de incorporar elementos que pertenecen a diferentes paradigmas (orientado a objetos, imperativos, etc.). Estos son los llamados híbridos y entre los cuales vale destacar a: F#, OCaml, Lisp y Scala. Entre los lenguajes puros (aquellos cernidos casi totalmente al paradigma funcional) se encuentran: Haskell y Miranda.

Una de las características principales que define al paradigma funcional es la expresividad y legibilidad que se obtiene en el código. En Python el paradigma puede verse representado por las funciones *lambda*, *map*, *filter* y *reduce*, clásicas de lenguajes funcionales. También por las listas de comprensión, añadidas en la versión 2.0 y tomadas de un lenguaje puro como Haskell. En secciones venideras se analizarán cada una de las funciones previamente mencionadas y se mostrará la forma en la que estas pueden beneficiar al desarrollo de aplicaciones.

3.2.1 Expresiones lambda

La sentencia lambda permite definir funciones anónimas, esto es, funciones que carecen de nombre. Resulta bastante útil cuando se desea definir de manera rápida una pequeña función. La sintaxis general de la sentencia es la siguiente:

lambda lista_de_parámetros : expresión

En este caso lista_de_parámetros es una lista de parámetros o argumentos separados por coma y expresión es la expresión que definirá a la función. Considere el siguiente ejemplo:

```
f = lambda x,y: x + y
```

La función anónima anterior es almacenada en la variable *f*. Recuerde que en Python todo es un objeto, incluso las funciones así que *f* es un objeto que representará a la función definida que no es más que la suma de los valores *x*, *y*. Si se ejecuta el siguiente código se obtendrá como salida el valor 5.

```
print(f(2,3))
```

También es posible especificar argumentos predeterminados tal y como se ilustra en el siguiente ejemplo:

```
f = lambda x ,y = 2 : x * y
```

Ahora la función *f* cuando se utilice con un solo argumento tendrá como resultado el doble del valor *x*. Como es lógico pensar, para utilizar una función con un argumento predeterminado resulta innecesario realizar el llamado pasando algún valor para dicho argumento y en caso de efectuarse el valor suministrado sustituirá al valor predeterminado. Un llamado a la función anterior podría realizarse de la siguiente forma:

```
print(f(3))
```

En este caso se obtendría 6 como resultado, pero si se realiza el llamado de la siguiente forma el resultado sería 15.

```
print(f(3,5))
```

Observe que al definir una función a través de una expresión lambda los parámetros no se encierran entre paréntesis, lo cual constituye una práctica común cuando se construye una función. Tenga en cuenta también que solo es posible definir una expresión en el cuerpo de la función anónima, esto se traduce en la imposibilidad de definir mediante expresiones lambda funciones cuyo cuerpo contenga sentencias (*print*, *return*, etc.).

3.2.2 Función *map*

Cuando se cuenta con una función matemática *f(x)* y un conjunto de valores *v1*, *v2*, ..., *vn* y queremos conocer *f(v1)*, ..., *f(vn)* estamos implícitamente aplicando la función *map* de la programación funcional. La función *map* recibe como argumento el nombre de una función y una secuencia donde aplicar dicha función, finalmente retorna un iterable con los valores proyectados *f(v1)*, ..., *f(vn)*. La sintaxis general es la siguiente:

```
map(función, secuencia)
```

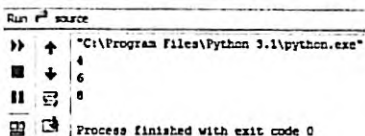
La función *map* permite obtener transformaciones de secuencias en una sola línea de código, elimina la necesidad de realizar ciclos y proporciona expresividad al código. Veamos el siguiente ejemplo donde, dado una lista de números enteros y una función, se obtiene un iterable con el doble de cada elemento de la lista suministrada como argumento.

```
f = lambda x, y = 2 : x * y

doubles = map(f, [2,3,4])

for double in doubles:
    print(double)
```

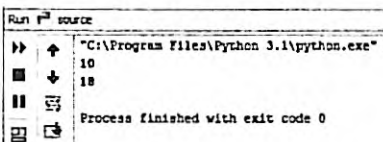
El resultado que se obtendría sería 4, 6, 8.



En caso de modificar el llamado anterior y agregar otra secuencia como argumento, la función *map* tomaría el valor de cada secuencia para evaluar la función *f* e incluir el resultado de esta evaluación en un iterable que tendrá el mínimo de elementos de las anteriores. Véase el ejemplo que se ilustra a continuación:

```
doubles = map(f, [2,3,4], [5,6])
```

El resultado de la impresión de la lista *doubles* sería el siguiente:



En caso de añadirse otra secuencia, el código contaría con un error en tiempo de ejecución puesto que la función *f* admite a lo sumo dos parámetros. Observe que en caso de no existir un argumento predeterminado en *f* no se podría pasar una sola secuencia a *map* pues resultaría en un error de ejecución.

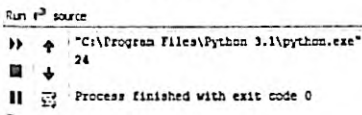
3.2.3 Función *reduce*

La función *reduce* es de naturaleza acumulativa. Durante su ejecución, almacena una variable, a la cual va sumando los resultados obtenidos de la evaluación de la función que requiere como argumento, sobre los elementos de la lista que también requiere como parámetro, tomándolos de izquierda a derecha de dos en dos.

```
f = lambda x, y : x * y

print(reduce(f, [2,3,4]))
```

El resultado sería el siguiente:

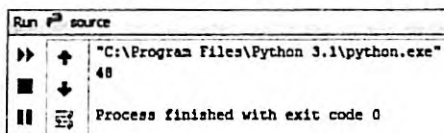


En este caso y considerando una variable *accum* que declare la función *reduce*, las operaciones realizadas serían las siguientes:

- Evalúa *f* (2,3) cuyo resultado es 6, suma este número a *accum* que inicialmente tenía valor 0.
- Evalúa *f* (6,4) cuyo resultado es 24. Actualiza *accum* al valor 24 (anteriormente *accum* = 6) que es el resultado final.

Si la secuencia contiene un solo elemento entonces este será el valor de salida de la función. Un argumento opcional que se puede definir al utilizar *reduce* es el valor que tendrá el acumulador (*accum*) antes de comenzar la ejecución. Considerando que se defina un acumulador inicial de 2 en el ejemplo anterior y como es de suponer el valor final sería de 48, o sea, 24×2 .

```
print(reduce(f, [2,3,4], 2))
```



3.2.4 Función *filter*

En diferentes escenarios puede suceder que se desee filtrar elementos que cumplan una cierta condición. Para dar una solución elegante y expresiva a esta situación aparece la función *filter* cuya sintaxis es la siguiente:

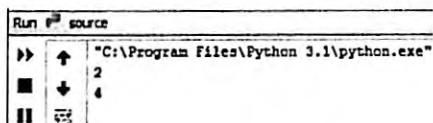
filter (función, secuencia)

Teniendo en cuenta que función es la función que ha de servir como predicado o función de verdad y secuencia la secuencia o iterador que contiene los elementos a verificar o filtrar.

```
f = lambda x : x % 2 == 0
filtered = filter(f, [1,2,3,4,5])

for elem in filtered:
    print(elem)
```

El código anterior tiene la siguiente salida:



Como se puede observar, se ha filtrado la lista de los 5 primeros números naturales para obtener una secuencia con los números pares de ese conjunto, claramente el 2 y el 4.

En caso de que *f* sea *None* la secuencia de salida coincidirá con la secuencia de entrada, excluyendo solo aquellos valores que sean *false*.

La contraparte de la función `filter()` es `filterfalse()` que devuelve un iterable con aquellos elementos para los cuales la función `f` evalúa `false`.

```
filtered = filterfalse(f, [1,2,3,4,5])
```

El resultado como es de esperar es el conjunto de números impares en {1, 2, 3, 4, 5}.

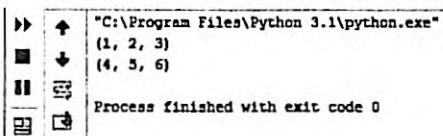
3.2.5 Función `zip`

La función `zip` se encuentra presente en muchos lenguajes funcionales (F#, Haskell, etc.). Recibe como argumentos diferentes iterables y devuelve una secuencia de tuplas donde la *i*-ésima tupla contiene los *i*-ésimos elementos de cada iterable suministrado como parámetro y según el orden en que aparezcan. El iterable resultante tendrá como longitud la longitud mínima de los iterables definidos como argumentos de la función. Considere el siguiente ejemplo:

```
zipped = zip([1,4,3], [2,5], [3,6,7])
```

```
for i in zipped:
    print(i)
```

El resultado obtenido sería el siguiente:



```

C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
(1, 2, 3)
(4, 5, 6)
Process finished with exit code 0

```

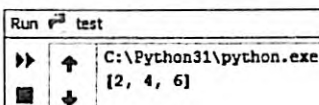
Como se puede apreciar, el iterable contiene solo dos tuplas que es la longitud mínima de elementos que contiene alguno de los iterables (segundo) suministrado como argumento.

3.2.6 Listas por comprensión

La comprensión de listas es una facilidad sintáctica (una de varias) que Python incorpora y que toma del lenguaje funcional Haskell, permitiendo crear de manera muy rápida y concisa una lista a partir de una secuencia. Su uso puede observarse en los siguientes ejemplos:

```
lista = [1,2,3,4,5,6]
```

```
pares = [x for x in lista if x % 2 is 0]
print(pares)
```



```

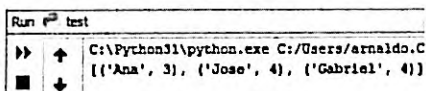
Run test
C:\Python31\python.exe
[2, 4, 6]

```


Python fácil

```
notas = [('Ana', 3)
         , ('Jose', 4)
         , ('Gabriel', 4)
         , ('Arnaldo', 2)]

aprobados = [a for a in notas if a[1] > 2]
print(aprobados)
```

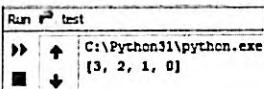


```
Run test
>> C:\Python31\python.exe C:/Users/arnaldo.C
[('Ana', 3), ('Jose', 4), ('Gabriel', 4)]
```

Como es posible apreciar las listas por comprensión se definen por medio de corchetes que encierran una expresión seguida por una cláusula *for* y a continuación cero o más cláusulas *for* o *if*. Son especialmente útiles cuando se desea crear una lista filtrando elementos o cuando se desea aplicar una operación

```
notas = [4,3,2,1]

aprobados = [a-1 for a in notas]
print(aprobados)
```



```
Run test
>> C:\Python31\python.exe
[3, 2, 1, 0]
```

3.2.7 Funciones de orden superior

El concepto función de orden superior hace referencia al tratamiento de las funciones como valores cualesquiera del lenguaje, ofreciendo la posibilidad de que una función pueda suministrarse como argumento de otras funciones o la posibilidad de devolver estas como salida de otras funciones.

Dado que en Python todo es un objeto (incluidas las funciones) esto se puede lograr de manera muy transparente. Tenga en cuenta el siguiente ejemplo:

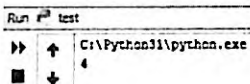
```
def f(o):
    return o + 1

def g(o):
    return 2*o

def h(o):
    return o - 1

compuesta = h(f(g(2)))

print(compuesta)
```



```
Run test
>> C:\Python31\python.exe
4
```

El código anterior representa un claro caso de composición de funciones y puede lograrse solo si una función puede suministrarse como argumento a otras funciones. El valor de la variable compuesta es 4 que resulta de aplicar el doble de 2 luego sumarle 1 y finalmente restarle 1.

Siendo objetos con valores asociados, también es posible crear una lista de funciones y recorrerla para obtener la imagen de cada una en un determinado valor del dominio. Dicha situación se ilustra a continuación:

```
import cmath

def doble(x):
    return 2*x

def cuadrado(x):
    return x ** 2

def constante(x):
    return x

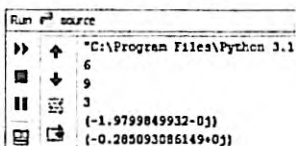
def doblecos(x):
    return 2*cmath.cos(x)

def dobletan(x):
    return 2*cmath.tan(x)

lista = [doble, cuadrado,
         constante,
         doblecos, dobletan]

valor = 3

for f in lista:
    print(f(valor))
```



El módulo *cmath* que se importa en el código anterior contiene una considerable cantidad de funciones matemáticas y en este caso se han utilizado *cos* y *tan* que devuelven el coseno y la tangente de un valor suministrado como argumento. Se invita al lector a que investigue y revise con paciencia varias de las funciones que ofrece este módulo, probablemente muchas puedan serle de utilidad en futuros proyectos de desarrollo en Python.

En el próximo capítulo se detallará el uso de iteradores y generadores como constructores de secuencias, también se detallarán algunos de sus beneficios y varios casos prácticos que demuestran las facilidades que estos pueden proporcionar a un programador en Python.

Ejercicios del capítulo

1. Programe una clase *cuenta_bancaria* con los siguientes métodos y propiedades:
 - Método de clase: *extraer_dinero(cantidad)*, que disminuye el saldo de la cuenta en la cantidad indicada. Deben considerarse situaciones ilógicas como por ejemplo que se intenta extraer una cantidad negativa o que la cantidad a extraer es mayor que el saldo actual.
 - Método de clase: *depositar(cantidad)*, que aumenta el saldo de la cuenta en la cantidad indicada. El saldo debe ser una cantidad positiva.
 - Método de clase: *transferir(cantidad, cuenta)*, que recibe la cantidad a transferir y una cuenta adonde realizar la transferencia. Deben considerarse situaciones ilógicas como por ejemplo que se intenta extraer una cantidad negativa o que la cantidad a extraer es mayor que el saldo actual.
 - Método de clase: *extraer_todo()*, que deja la cuenta vacía y devuelve el saldo.
 - Propiedad: *saldo*, que devuelve el saldo de la cuenta bancaria.
 - Propiedad: *nombre_propietario*, que devuelve el nombre del dueño de la cuenta.
 - Propiedad: *numero_tarjeta*, que devuelve el número de la tarjeta asociada con la cuenta bancaria.
 - Propiedad: *esta_vacia*, que devuelve *True* si el saldo de la cuenta bancaria es 0 y *False* en caso contrario.
2. Programe una clase *fecha* con los siguientes métodos:
 - Método estático: *fecha_actual()*, que devuelve la fecha actual.
 - Método estático: *hora_actual()*, que devuelve la hora actual.
 - Método estático: *a_fecha(cadena)*, que devuelve un objeto fecha construido con la fecha y hora indicada en la cadena que debe tener formato DD/MM/AAAA | hh:mm:ss.
3. Diseñe una jerarquía correcta para las siguientes clases:
 - Perro
 - Mamífero
 - Animal
 - Reptil
 - Iguana
 - Cocodrilo
 - Gato
4. Utilizando las facilidades que ofrece Python en relación al paradigma funcional, programe las siguientes funciones:
 - Una función que filtre una lista de elementos de acuerdo a una función de verdad que reciba como argumento.
 - Una función que devuelva la división de una lista de elementos suministrada como argumento.

CAPÍTULO 4.

Iteradores y generadores

Los generadores son funciones especiales que devuelven una secuencia de valores cuando estos son requeridos. La diferencia fundamental entre una función tradicional y un generador es que la primera devuelve un valor y termina su ejecución, mientras que el generador suspende su ejecución en el punto en que se encuentra la sentencia *yield*, luego devuelve el valor indicado y, a continuación, reinicia su ejecución en el punto en el que había quedado suspendido.

Los iteradores, por otro lado, son objetos que poseen un método `next()` que al ser llamado retorna el próximo elemento en la secuencia de iteración. Ambos tipos proveen evaluación perezosa de modo que se itera cuando se solicita un próximo elemento. El objetivo de este capítulo será examinar en detalle el uso de iteradores y generadores como constructores de secuencias.

4.1 Obteniendo un iterador

Un objeto iterable debe implementar el método especial `__iter__()` que retorna un objeto iterador con un método `next()` que lanza excepción `StopIteration` cuando la iteración se completa, esto es, cuando no existe ningún objeto *next* que retornar. Aunque parezca confuso, el iterador y el iterable deben implementar el método `__iter__()`, esto simplifica el código y permite que ambos sean tratados de forma semejante. En el caso de un iterador el método `__iter__()` devolvería el propio iterador.

Existen dos alternativas fundamentales para construir un iterable: la vía explícita y la implícita. La primera consiste en crear una clase personalizada donde se implementen los métodos antes mencionados, de esta forma la codificación del iterable se encuentra totalmente en las manos del programador. Un ejemplo de esta estrategia se observa a continuación:

```
class mi_iterable:

    l = None
    i = None

    def __init__(self, *args):
        self.l = args
        self.i = 0
```

```

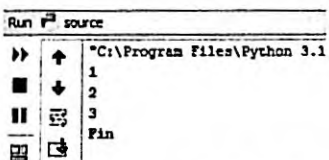
def __iter__(self):
    return self

def __next__(self):
    if self.i >= len(self.l):
        self.i = 0
        raise StopIteration
    result = self.l[self.i]
    self.i += 1
    return result

x = mi_iterable(1,2,3)
i = iter(x)

try:
    valor = i.__next__()
    while valor:
        print(valor)
        valor = i.__next__()
except:
    print('Fin')

```



Para poder obtener el objeto iterador que se esconde detrás de un iterable se utiliza la función `iter()` que recibe como argumento el iterable en cuestión.

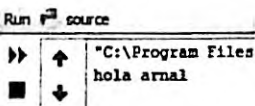
La otra vía (implícita) se apoya en el hecho de que las funciones pueden recibir, transformar y retornar iterables de modo que siempre es posible diseñar herramientas, en este caso funciones, que provean iterables por medio de la lógica que definen en su cuerpo. Así se ilustra en el siguiente ejemplo:

```

def dameiterable(l, long):
    if len(l) < long < 0:
        raise Exception('long incorrecto')
    return l[0:long]

print(dameiterable('hola arnaldo',10))

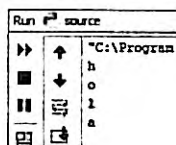
```



Otra alternativa, también explícita, resulta del uso de generadores.

```
def dameiterable(l, long):
    for i in range(long):
        yield l[i]

g = dameiterable('hola arnaldo',10)
print(g.__next__())
print(g.__next__())
print(g.__next__())
print(g.__next__())
```



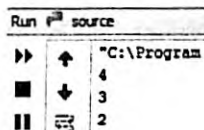
Durante este capítulo se examinarán algunos ejemplos donde el uso de iteradores o generadores puede resultar en una solución muy atractiva y elegante a un problema computacional.

4.2 Ordenando una secuencia

Los generadores permiten computar objetos uno a uno a medida que son iterados. Uno de los beneficios que puede extraerse de esta característica es que no resulta necesario almacenar los objetos en memoria lo que significa una mejora considerable cuando se itera por una secuencia de tamaño considerable. Además del ahorro de memoria los generadores pueden evitar la modificación de iterables cuando se realizan operaciones sobre estos. En el próximo algoritmo se realiza la ordenación de mayor a menor de una lista de elementos sin necesidad de transformar la secuencia inicial o duplicar sus datos en memoria.

```
def ordena_secuencia(s):
    if len(s) is 0: return
    posiciones = []
    actual = s[0]
    temp = 0
    while len(posiciones) < len(s):
        for j in range(len(s)):
            if actual < s[j] and j not in posiciones:
                actual = s[j]
                temp = j
        posiciones.append(temp)
        yield actual
        actual = -1

for e in ordena_secuencia([3,4,2]):
    print(e)
```



Tenga en cuenta que en el algoritmo anterior solo se ordenan correctamente elementos positivos. Se propone al lector que examine el código y vea cómo puede mejorarse este particular para que puedan ordenarse números positivos y negativos.

4.3 Generando la secuencia de Fibonacci

Los generadores son extremadamente útiles cuando se desea iterar sobre una secuencia infinita como puede ser la secuencia de números de Fibonacci. Su capacidad para evaluar elementos al momento de ser requeridos (característica conocida como evaluación perezosa) provee la facilidad de iterar sobre una secuencia infinita o sobre una subsecuencia de dicha secuencia.

La secuencia de Fibonacci, descrita por el famoso matemático italiano Leonardo Pisano o Leonardo Fibonacci, dada su relación con la familia Bonacci en el siglo XII, XIII, es probablemente una de las más populares en el ámbito de las Matemáticas. Originalmente pretendía describir el proceso de cría de conejos y actualmente encuentra aplicaciones en ramas del saber tan diversas como pueden ser las Ciencias de la Computación, Matemáticas, Teoría de Juegos, Biología, etc. La secuencia comienza con los números 0 y 1, que son los valores iniciales, luego a partir de ellos el resto de la secuencia se construye según la siguiente fórmula:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

De esta forma los primeros 10 miembros de la secuencia serían:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

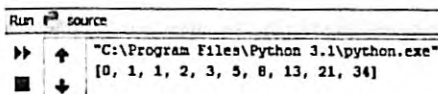
La sucesión de Fibonacci también se relaciona con el *número de oro* o *la proporción divina* a la que se le atribuye una inmensa cantidad de propiedades interesantes, entre las cuales cabe mencionar la representación de la belleza en la naturaleza por medio de relaciones entre segmentos como pueden ser la relación entre el diámetro de la boca y de la nariz en un ser humano.

Finalmente, la implementación de la función generadora *fibonacci* se presenta a continuación:

```
import itertools

def fibonacci():
    x, y = 0, 1
    while True:
        yield x
        x, y = y, x + y

print(list(itertools.islice(fibonacci(), 10)))
```



En el código anterior se ha utilizado la función *islice* del módulo *itertools*. La función *islice* retorna un iterador con los elementos seleccionados (los 10 primeros en este caso) de un iterable que se recibe como argumento. El módulo *itertools* será analizado en detalle en próximas secciones.

4.4 Mezclando secuencias ordenadas

En el problema de mezclar una cantidad n de secuencias, los generadores nuevamente parecen ser la herramienta apropiada para evitar un uso innecesario de memoria. Dado que las secuencias se encuentran ordenadas, la estrategia más lógica para abordar el problema consistiría en realizar un recorrido comparando los elementos actuales de cada secuencia y escogiendo el menor en cada momento, luego incrementando un índice asociado a esta secuencia para que no se repitan comparaciones de ese elemento con el resto.

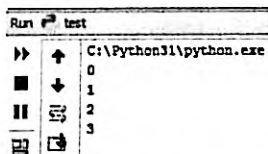
```
def mezcla_secs(*secs):
    recorridas = 0
    indices = [0 for x in secs]
    # Para comprobar el caso de listas vacías.
    for s in secs:
        if len(s) is 0: recorridas += 1

    while recorridas < len(secs):
        elem, j = min(secs, indices)
        # Lista totalmente recorrida
        if indices[j] is len(secs[j]):
            recorridas += 1
        yield elem

def min(secs, indices):
    elem = float('inf')
    j = -1
    for i in range(len(secs)):
        if indices[i] < len(secs[i]):
            if secs[i][indices[i]] < elem:
                elem = secs[i][indices[i]]
                j = i
    # Desplazar el índice de la lista
    # cuyo elemento fue seleccionado un paso
    # a la derecha.
    indices[j] += 1
    return elem, j

iter = mezcla_secs([1,3],[2], [0])
for e in iter:
    print(e)
```





El método *min* es el encargado de escoger el menor elemento de todas las secuencias siempre considerando aquellos que se hayan seleccionado previamente. También se encarga de desplazar el índice asociado a la lista del elemento seleccionado. La función generadora *mezcla_secs* mantiene el control de cuántas secuencias han sido totalmente recorridas y su ejecución concluye cuando la variable *recorridas* es igual a la cantidad de secuencias suministradas como argumento.

4.5 Iterando en paralelo por varias secuencias

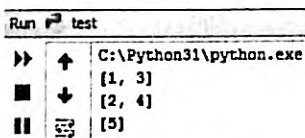
El problema es simple: se cuenta con una cantidad *n* de secuencias y se desea iterar sobre estas tomando en cada iteración los primeros elementos de cada secuencia, luego los segundos y así sucesivamente. Una solución bastante simple y elegante puede devenir del uso de generadores.

```
def iteracion_paralelo(*secs):
    max_long = max([len(x) for x in secs])

    for i in range(max_long):
        elems = []
        for s in secs:
            if i < len(s):
                elems.append(s[i])
        yield elems

iter = iteracion_paralelo([1,2],[3,4,5])

for e in iter:
    print(e)
```



La función generadora comienza calculando la mayor de las longitudes en *secs* y este valor es almacenado en *max_long*. Luego se realiza un recorrido hasta *max_long* tomando elementos de cada secuencia siempre y cuando el índice actual sea menor que la longitud de la misma. Para que el resultado sea significativo y fácil de comprender, los elementos que corresponde al índice *i* de cada lista se almacenan en *elems*, que finalmente es el valor suministrado a la sentencia *yield*.

4.6 Operaciones en matrices

Las matrices son arreglos k -dimensionales donde se almacenan valores que pueden ser accedidos por índices. En las matemáticas se conocen desde el año 200 a. C. y siempre han estado vinculadas al estudio de sistemas de ecuaciones. Toda una rama de esta ciencia está dedicada al estudio de matrices y durante mucho tiempo han sido ampliamente investigadas y empleadas en las más disímiles áreas. Probablemente el caso más conocido de matriz se tenga cuando $k = 2$ (bidimensional), con n filas y m columnas, básicamente lo que se entiende por una tabla. A continuación se muestra una matriz cuadrada donde $n = m = 3$.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Entre las operaciones más comunes en matrices se encuentran la suma, la resta y la multiplicación. Para comenzar el estudio de dichas operaciones primero se crea la clase matriz que representa a la estructura de datos y que en su momento servirá como contenedor para diferentes funciones aplicadas sobre matrices.

```
class matriz:
    _n = 0
    _m = 0
    _elems = None

    def __init__(self, n, m):
        self._n = n
        self._m = m
        self._elems = []
        for i in range(self._n):
            self._elems.append([])
            for j in range(self._m):
                self._elems[i].append(0)

    def define_elem(self, i, j, v):
        self._elems[i][j] = v

    def imprime(self):
        for i in range(self._n):
            for j in range(self._m):
                print(self._elems[i][j], sep=',', end='')
            print('\n')
```

```

def dame_num_col(self):
    return self._m

def dame_num_fil(self):
    return self._n

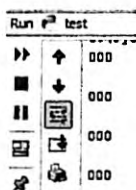
columnas = property(fget=dame_num_col)
filas = property(fget=dame_num_fil)

```

```

m = matriz(4,3)
m.imprime()

```



Observe que la matriz se inicia con valor 0 en cada celda y que la modificación de estos valores tiene lugar mediante el método *define_elem*. En próximas secciones se describirán operaciones sobre matrices que se asume estarán declarándose como métodos de la clase anterior.

4.6.1 Suma

La suma de un conjunto de matrices A_1, A_2, \dots, A_n es una de las operaciones más sencillas que se puede realizar sobre esta estructura. Llevar a cabo esta suma depende en gran medida de que todas las matrices tengan igual dimensión y compartan el mismo valor para cada dimensión. De este modo no sería posible sumar una matriz A de 3×2 con una matriz B de 4×2 . Este prerequisite se halla justificado por la manera en que se realiza esta operación.

El resultado de sumar dos matrices A y B es otra matriz C que tiene en cada celda el resultado de sumar las correspondientes celdas de A y de B , de modo que la primera celda de C , sería $C(0,0) = A(0,0) + B(0,0)$ y de manera general $C(i,j) = A(i,j) + B(i,j)$ para todo par de Índices válidos de A y B . La forma en que se realiza la operación justifica el prerequisite de que las dimensiones de todas las matrices coincidan. Generalizando, la suma de n matrices se obtiene mediante la fórmula, $C(i,j) = A_1(i,j) + A_2(i,j) + \dots + A_n(i,j)$.

1	2	3	+	4	5	6	=	5	7	9
7	8	9		10	11	12		17	19	21
13	14	15		16	17	18		29	31	33
A				B				C		

Compruebe el lector que los valores de las celdas de la primera fila de C coinciden con la suma de los valores de las celdas equivalentes en A y B.

$$5 = C(0,0) = A(0,0) + B(0,0) = 4 + 1$$

$$7 = C(0,1) = A(0,1) + B(0,1) = 5 + 2$$

$$9 = C(0,2) = A(0,2) + B(0,2) = 6 + 3$$

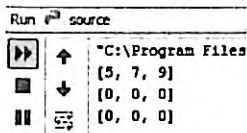
Finalmente, el desarrollo del método suma se presenta en el siguiente código:

```
def suma(self,*matrices):
    for i in range(self.filas):
        fila = []
        for j in range(self.columnas):
            temp = self.elems[i][j]
            for m in matrices:
                temp += m.elems[i][j]
            fila.append(temp)
        yield fila

m1 = matriz(3,3)
m1.define_elem(0,0,1)
m1.define_elem(0,1,2)
m1.define_elem(0,2,3)

m2 = matriz(3,3)
m2.define_elem(0,0,4)
m2.define_elem(0,1,5)
m2.define_elem(0,2,6)

for e in m1.suma(m2):
    print(e)
```



La función se implementa como un generador que retorna una fila de la matriz C cada vez que se alcanza la sentencia *yield*. Tenga en cuenta el lector el ahorro de memoria que representa el hecho de no almacenar la estructura C cuando se

trabaja sobre matrices de dimensiones considerables, es una bondad derivada del uso de generadores. Observe también que en el código anterior se definen las primeras filas de *m1* y *m2* como las de las matrices *A* y *B* de la figura detallada al inicio de esta sección y que ilustraba la operación de suma de matrices. La primera fila del iterador resultante se halla en correspondencia con la primera fila de la matriz *C* de la figura anterior.

4.6.2 Producto por un escalar

Un escalar *x* es un elemento que por lo general se encuentra en el conjunto de los números reales. El producto de una matriz *A* de *m* × *n* por un escalar *x* es una operación binaria que toma por operandos a la matriz *A* y al escalar *x* y tiene por resultado una matriz *C* de *m* × *n* donde para todo *i*, *j* índices válidos de *C* se cumple $C(i, j) = x \cdot A(i, j)$.

1	2	3
7	8	9
13	14	15

* 3 =

3	6	9
21	24	27
39	42	45

A
C

La implementación del método como una función generadora es bastante simple y se presenta a continuación:

```
def producto_escalar(self, x):
    for i in range(self.filas):
        fila = []
        for j in range(self.columnas):
            fila.append(self.elems[i][j]*x)
        yield fila
```

```
m = matriz(3,3)
m.define_elem(0,0,1)
m.define_elem(0,1,2)
m.define_elem(0,2,3)
```

```
for e in m.producto_escalar(3):
    print(e)
```

```

Run test
>>> C:\Python31
[3, 6, 9]
[0, 0, 0]
[0, 0, 0]

```

En el código anterior se define la matriz m cuya primera fila corresponde con la primera fila de la matriz de la figura anterior, también se define igual valor para el escalar x . Fíjese en que el resultado se halla en correspondencia con el del ejemplo de esta sección.

4.6.3 Producto

El producto de matrices encuentra sus orígenes en el papel que desempeñan las matrices como funciones lineales. Según la forma en que se define este producto, se puede decir que proviene de la composición de funciones lineales.

Si f y g son aplicaciones lineales tal que $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$ (A, B son los dominios respectivos de f, g y B, C son las imágenes que corresponden a estos dominios) entonces la composición de f y g denotada por el operador \circ , cumple que $f \circ g: A \rightarrow C$. Los dominios pueden verse como los posibles valores de entrada de la función y pudiera hallarse representado por un conjunto como el conjunto de números reales. Por otro lado, la imagen sería un conjunto con las posibles salidas ofrecidas por esta función y también pudiera ser el conjunto de números reales. De esta forma el producto de la matriz A de $m \times n$ con la matriz B de $n \times p$ sería una matriz C de $m \times p$ lo cual representa una restricción. Dicho de otra forma, solo es posible multiplicar matrices cuando la cantidad de columnas de la primera es igual a la cantidad de filas de la segunda.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \quad 2 \times 3 \quad * \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline 13 & 14 \\ \hline \end{array} \quad 3 \times 2 \quad = \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 54 & 60 \\ \hline 180 & 204 \\ \hline \end{array} \quad 2 \times 2$$

A
B
C



El ejemplo anterior muestra el resultado de realizar el producto de las matrices A y B , operación que se lleva a cabo entre filas de A y columnas de B , lo que justifica que se requiera que esas cantidades sean iguales. Para calcular una celda de C , sea $C(i, j)$, se toman los valores de la fila i de A y se multiplica cada uno con su correspondiente valor en la columna j de B , luego se suman los valores obtenidos y el resultado es $C(i, j)$. De manera general $C(i, j) = A(i, 1) * B(1, j) + A(i, 2) * B(2, j) + \dots + A(i, m) * B(m, j)$.

Para ver casos concretos considere la forma en que se calculan las siguientes celdas:

$$C(0,0) = A(0,0) * B(0,0) + A(0,1) * B(1,0) + A(0,2) * B(2,0) = 1 * 1 + 2 * 7 + 3 * 13 = 54.$$

$$C(0,1) = A(0,0) * B(0,1) + A(0,1) * B(1,1) + A(0,2) * B(2,1) = 1 * 2 + 2 * 8 + 3 * 14 = 54.$$

$$C(1,0) = A(1,0) * B(0,0) + A(1,1) * B(1,0) + A(1,2) * B(2,0) = 7 * 1 + 8 * 7 + 9 * 13 = 180.$$

$$C(1,1) = A(1,0) * B(0,1) + A(1,1) * B(1,1) + A(1,2) * B(2,1) = 7 * 2 + 8 * 8 + 9 * 14 = 204.$$

La implementación en Python de una función generadora que realice el producto de matrices se detalla en el siguiente código:

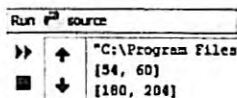
```
def producto(self, m):
    if self.filas is not m.columnas:
        raise Exception('Cantidad de filas'
                        'y cantidad de columnas '
                        'no coinciden')

    for i in range(self.filas):
        fila = []
        for j in range(m.columnas):
            suma = 0
            for c in range(self.columnas):
                suma += self.elems[i][c]*m.elems[c][j]
            fila.append(suma)
        yield fila

m1 = matriz(2,3)
# Primera fila
m1.define_elem(0,0,1)
m1.define_elem(0,1,2)
m1.define_elem(0,2,3)
# Segunda fila
m1.define_elem(1,0,7)
m1.define_elem(1,1,8)
m1.define_elem(1,2,9)

m2 = matriz(3,2)
# Primera columna
m2.define_elem(0,0,1)
m2.define_elem(1,0,7)
m2.define_elem(2,0,13)
# Segunda columna
m2.define_elem(0,1,2)
m2.define_elem(1,1,8)
m2.define_elem(2,1,14)

for e in m1.producto(m2):
    print(e)
```



En la próxima sección se analizará un ente matemático que se halla vinculado a las matrices y a los sistemas de ecuaciones lineales desde hace mucho tiempo; se trata del determinante.

4.6.4 Transpuesta

La transpuesta de una matriz A es otra matriz B tal que las filas de B son las columnas de A.

1	2	3
7	8	9

A

1	7
2	8
3	9

B

El código para obtener la matriz transpuesta de A es bastante simple y se presenta a continuación:

```
def transpuesta(self):
    for j in range(self.columnas):
        fila = []
        for i in range(self.filas):
            fila.append(self.elems[i][j])
        yield fila

m = matriz(3,3)
# Primera fila
m.define_elem(0,0,1)
m.define_elem(0,1,2)
m.define_elem(0,2,3)
# Segunda fila
m.define_elem(1,0,4)
m.define_elem(1,1,5)
m.define_elem(1,2,6)
# Tercera fila
m.define_elem(2,0,7)
m.define_elem(2,1,8)
m.define_elem(2,2,9)

for e in m.transpuesta():
    print(e)
```


Run	source
▶	"C:\Program
■	[1, 4, 7]
■	[2, 5, 8]
■	[3, 6, 9]

Nuevamente, y para mantener un uso eficiente de memoria, se define la función como un generador. Esto evita tener que almacenar la matriz completa, la cual puede tener grandes dimensiones y ocupar bastante memoria.

4.7 Generando permutaciones y combinaciones

En teoría combinatoria una permutación es un reordenamiento de los n elementos de una colección. El número de permutaciones es $n!$ y se halla definido por la forma en que estas se construyen. Para obtener una permutación se toma un elemento cualquiera de la colección, luego se toma otro cualquiera de los $n-1$ restantes y así sucesivamente hasta que quede solo un elemento lo que daría al final un total de $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$ permutaciones posibles. Para una lista [1, 2, 3] las permutaciones son:

[1, 2, 3], [1, 3, 2], [2, 1, 3], [2, 3, 1], [3, 1, 2], [3, 2, 1]

Una combinación sin repetición de orden k ($k \leq n$) se traduce en la forma de tomar k elementos de una colección de n elementos sin repetir elecciones y sin repetir elementos en cada elección. Considerando $k = 2$ y la lista [1, 2, 3] las combinaciones posibles serían:

[1, 2], [1, 3], [2, 3]

Fíjese en que [2, 1] o [2, 2] no son combinaciones posibles pues la primera duplicaría una elección tomada ([1, 2]) y la segunda repite el elemento 2. El número de combinaciones es conocido como coeficiente binomial y su valor es $n! / ((n-k)!k!)$. Resulta interesante comprender la demostración lógica que justifica el uso de esta fórmula como vía para conocer el número de combinaciones de orden k en una colección de n elementos.

Primeramente obsérvese que la fórmula divide el número de permutaciones por $(n-k)!k!$ así que dicho *grosso modo* el coeficiente binomial representa una reducción de permutaciones para llegar al número de combinaciones de orden k . Para obtener dicho número se toman $n-k$ elementos y luego se toman otros k elementos que se permutan en un producto con el objetivo de conocer cuántas permutaciones de k elementos existen por cada permutación de $n-k$ elementos. Para comprender esto en un ejemplo considere las permutaciones de la lista anterior [3, 1, 2], [3, 2, 1] y supóngase que se desea obtener combinaciones de orden 2. En las dos listas el elemento 3 es fijado y las dos últimas posiciones son los elementos a ser evaluados como combinaciones válidas, la fórmula solo dejaría una de estas y eliminaría la otra dado que [2, 1] y [1, 2] no son al mismo tiempo combinaciones válidas de forma tal que una debe desaparecer. Esto sucede también para las listas [1, 2, 3], [1, 3, 2] y [2, 1, 3], [2, 3, 1] de modo que es necesario dividir el total de permutaciones $3! = 6$ por 2 y la mitad de las

permutaciones equivale a la cantidad de combinaciones de orden 2. El resultado obtenido indica que cada dos permutaciones existe una combinación.

[1, 2, 3], [1, 3, 2], [2, 1, 3], [2, 3, 1], [3, 1, 2], [3, 2, 1]

Observe el lector que los últimos 2 valores de las permutaciones señaladas anteriormente son [3, 2], [3, 1], [2, 1] que corresponden con las combinaciones presentadas anteriormente.

Finalmente un código en Python que retorne las combinaciones y permutaciones de una lista se ilustra a continuación:

```
def _combinaciones(f, l, n):
    if n==0:
        yield [ ]
        return
    for i, elem in enumerate(l):
        actual = [ elem ]
        for c in _combinaciones(f, f(l, i), n-1):
            yield actual + c

def combinaciones(l, n):
    def ignora_ith_elem(l, i):
        return l[:i] + l[i+1:]
    return _combinaciones(ignora_ith_elem, l, n)

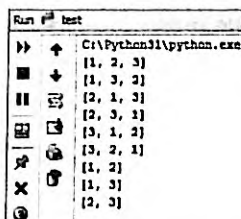
def combinaciones_sin_repeticiones(l, n):
    def sucesor_ith_elem(l, i):
        return l[i+1:]
    return _combinaciones(sucesor_ith_elem, l, n)

def permutaciones(l):
    return combinaciones(l, len(l))

for e in permutaciones([1,2,3]):
    print(e)

for e in combinaciones_sin_repeticiones([1,2,3], 2):
    print(e)
```

Los algoritmos que requieren la generación de combinaciones o permutaciones son conocidos como algoritmos combinatorios y, dado el elevado número de combinaciones y permutaciones que existen, por lo general son intratables computacionalmente. Para entradas de un tamaño mediano la cantidad de cálculos es gigantesca, lo que puede provocar que un algoritmo ejecutándose en una computadora actual nunca termine o por lo menos no termine en un tiempo razonable.



En la próxima sección se describirá brevemente un módulo que se encuentra muy ligado a los iteradores: el módulo *itertools*.

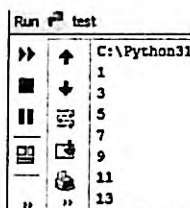
4.8 Módulo itertools

El módulo *itertools* contiene funciones que construyen y retornan iteradores, lo que conforma un álgebra de iteradores que permite diseñar herramientas poderosas. Las funciones se pueden dividir según el iterador que retornan, así se cuenta con las funciones que devuelven iteradores infinitos y con aquellas que devuelven iteradores finitos.

Entre las funciones que retornan iteradores infinitos se encuentran las siguientes:

- `count()`, devuelve un iterador que comienza en un número que se suministra como argumento, también es posible definir el paso a dar en cada iteración.

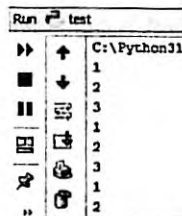
```
for e in itertools.count(1,2):
    print(e)
```



Recuerde que el iterador es infinito, en el ejemplo anterior se detuvo la ejecución y se muestra solo una parte de los elementos impresos.

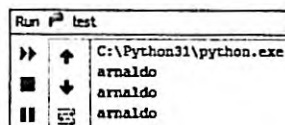
- `cycle()`, realiza un ciclo infinito por un iterable suministrado como argumento.

```
for e in itertools.cycle([1,2,3]):
    print(e)
```



- `repeat()`, repite un elemento suministrado como argumento una cantidad de veces también suministrada como argumento pero opcional. En caso de no suministrarse esta cantidad, se repetirá el elemento infinitamente.

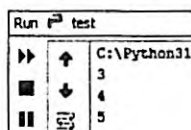
```
for e in itertools.repeat('arnaldo',3):
    print(e)
```



Las funciones que devuelven iteradores finitos se utilizan frecuentemente para realizar consultas sobre colecciones que pudieran representar tablas de una base de datos. De hecho muchas de estas funciones tienen comportamiento similar a sentencias o funciones de SQL.

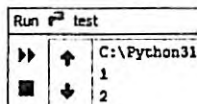
- `dropwhile()`, toma como argumentos un predicado y un iterable y retorna un iterador con aquellos elementos del iterable comenzando por el primero que tuvo valor de verdad `False` al ser evaluado en el predicado.

```
for e in itertools.dropwhile(lambda x: x < 3,[1,2,3,4,5]):
    print(e)
```



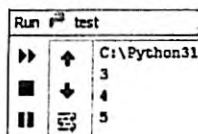
- `takewhile()` se puede considerar el opuesto de `dropwhile()` pues toma elementos de un iterable hasta que se incumple el predicado.

```
for e in itertools.takewhile(lambda x: x < 3,[1,2,3,4,5]):
    print(e)
```



- `filterfalse()`, retorna un iterador con los elementos que evaluaron a `False` en el predicado suministrado como argumento.

```
for e in itertools.filterfalse(lambda x: x < 3,[1,2,3,4,5]):  
    print(e)
```



En el próximo capítulo se describirán dos de las herramientas más interesantes y poderosas de Python, herramientas que favorecen la creación de código legible y elegante. Se habla en este caso de los decoradores y las metaclasses.

Ejercicios del capítulo

1. Programe una función generadora que retorne los caminos que existen para llegar de un punto A a un punto B en una matriz de $n \times m$.
2. Programe una función que retorne un iterador con los n primeros números primos, donde n es un número suministrado como argumento.
3. Programe la función generadora `par_transpuesta()` que opera sobre una matriz y cuyo resultado es otra matriz donde cada fila es una columna par de la matriz suministrada como argumento.

CAPÍTULO 5.

Decoradores y metaclasses

Durante este capítulo se analizarán los decoradores y las metaclasses, herramientas de Python que permiten simplificar y al mismo tiempo extender el código de un programa. Se comenzará estudiando los decoradores, sus beneficios y algunos ejemplos de utilidad, luego se describirán las metaclasses y de igual forma se analizarán varios ejemplos que demuestren su utilidad y ventajas.

5.1 Decoradores

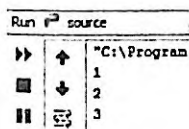
Los decoradores son funciones de envoltura (del inglés *wrapper*), es decir, son funciones que reciben como entrada una función, la cual pueden manejar de forma particular y retornar otra función llamada función decorada que es el resultado de una posible modificación (no de código) al resultado de la función de entrada.

Utilizando un decorador es posible cambiar el comportamiento de cualquier objeto invocable (métodos, clases, etc.) sin necesidad de modificar su código. Es una forma de extender funciones y de simular su sobrecarga. En el siguiente ejemplo se crea un decorador que recibe como argumento una función que se modifica en otra función interna al decorador y que juega el papel de envoltura.

```
def decorador(f):  
    def envoltura():  
        print('1')  
        f()  
        print('3')  
    return envoltura
```

```
@decorador  
def g():  
    print('2')
```

```
g()
```



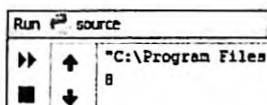
Luego de realizar la decoración de la función g se ha logrado extender sus funcionalidades. Observe que el decorador controla lo que sucede antes de ejecutar la función y lo que ocurre después de ejecutar la función. Como se aprecia en este ejemplo, puede ser tan simple como la impresión de los números 1 y 3.

Los decoradores también ofrecen la posibilidad de componer funciones, si consideramos las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x * 2$ entonces su composición $g(f(x))$ puede lograrse mediante el siguiente código:

```
def g(f):
    def h(x):
        return f(x) * 2
    return h

@g
def f(x):
    return x + 1

print(f(3))
```



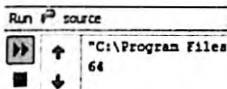
Para lograr la composición de f en g se emplea g como decorador y una vez que se suministra un argumento la función envoltura (h) realiza la multiplicación $f(x) * 2$ que se traduce en $(x+1) * 2$ que en definitiva es $g(f(x))$. La composición al igual que la decoración puede extenderse a n funciones de modo que al considerar la función $k(x) = x ** 2$ sería posible lograr la composición $k(g(f(x)))$ tal y como ilustra el siguiente ejemplo:

```
def g(f):
    def h(x):
        return f(x) * 2
    return h

def k(g):
    def h(x):
        return g(x) ** 2
    return h

@g
@g
def f(x):
    return x + 1

print(f(3))
```



Observe que la composición se realiza comenzando por la primera función en la cadena de decoradores, que en el caso anterior sería la función *k* seguida de *g* y finalmente la función decorada *f*. De este modo la función *g* recibe como entrada la envoltura de *k* y de igual manera *f* recibe la envoltura de *g*. En próximas secciones se estudiarán algunas de las situaciones en las que un decorador resulta una herramienta útil, ya que ofreciendo una solución simple y elegante puede ofrecer un código legible.

5.1.1 Añadiendo funcionalidad a una clase

Como se mencionó previamente, una de las ventajas que ofrecen los decoradores es la sobrecarga y extensión de funcionalidades. Evidentemente, la adición de funcionalidad de una clase puede lograrse por medio de la adición de funcionalidad otorgada a uno de sus métodos, con la ventaja además de que el código original de la clase permanece intacto, o sea, no se modifica. En el siguiente código la clase *banco* cuenta con un constructor y un método *saldos_positivos* que debe tener como salida una lista con los saldos positivos con los que cuenta el banco. Para implementar esta operación se emplea un decorador que selecciona y devuelve aquellos valores mayores que cero en una lista que corresponde con la salida de un método de clase.

```
# Decorador que selecciona y retorna
# valores positivos de una lista
def positivos(func):
    def envolt(self):
        elems = func(self)
        result = []
        for e in elems:
            if e > 0:
                result.append(e)
        return result
    return envolt

class banco:

    cuentas = []
    nombre = None

    def __init__(self, nombre, cuentas):
        self.nombre = nombre
        self.cuentas = cuentas

    @positivos
    def saldos_positivos(self):
        return self.cuentas

b = banco('BBVA', [273, 552, -1, 33, -44])
```



Run  source

```
>>> ↑ C:\Python31\python.exe
      ↓ [273, 552, 33]
```


Como hemos visto en capítulos anteriores, los métodos son funciones que reciben como primer argumento una referencia al objeto que los encapsula. Los decoradores para este tipo de función de clase deben construirse teniendo en cuenta el argumento *self* en la función envoltura, de este modo la función puede realizar el llamado al método de clase y extenderlo.

Otra alternativa deriva del uso de una cantidad arbitraria de parámetros, mediante el uso de la sintaxis estudiada **args*, ***kwargs*, así se puede observar en el siguiente ejemplo:

```
# Decorador que selecciona y retorna
# valores positivos de una lista
def positivos(func):
    def envolt(*args, **kwargs):
        elems = func(*args, **kwargs)
        result = []
        for e in elems:
            if e > 0:
                result.append(e)
        return result
    return envolt

class banco:

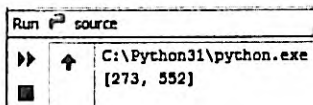
    cuentas = []
    nombre = None

    def __init__(self, nombre, cuentas):
        self.nombre = nombre
        self.cuentas = cuentas

    @positivos
    def saldos_positivos(self, *args):
        return args

b = banco('BBVA', [273, 552, -1, 33, -44])

print(b.saldos_positivos(273, 552, -1))
```



5.1.2 Pasando argumentos a decoradores

De manera predeterminada un decorador espera recibir una función como entrada y el mecanismo mediante el cual se le suministran argumentos depende de otra

función conocida como generador de decoradores cuya tarea es envolver al decorador y recibir sus argumentos.

```
# Decorador que selecciona y retorna
# valores positivos de una lista
# mayores que cota_sup.
def positivos(cota_sup):
    def primera_envolt(func):
        def segunda_envolt(*args, **kwargs):
            elems = func(*args, **kwargs)
            result = []
            for e in elems:
                if e > 0 and e > cota_sup:
                    result.append(e)
            return result
        return segunda_envolt
    return primera_envolt
```

```
class banco:
```

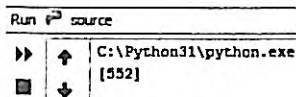
```
    cuentas = []
    nombre = None
```

```
    def __init__(self, nombre, cuentas):
        self.nombre = nombre
        self.cuentas = cuentas
```

```
    @positivos(300)
    def saldos_positivos(self, *args):
        return args
```

```
b = banco('BBVA', [273, 552, -1, 33, -44])
```

```
print(b.saldos_positivos(273, 552, -1))
```



En el ejemplo previo *positivos* es el generador de decoradores y recibe como argumento un valor *cota_sup* que tiene como objetivo filtrar el resultado por los elementos con valor mayor que *cota_sup*, note que el resultado final corresponde con este filtro.

5.1.3 Métodos estáticos y de clase con decoradores

Previamente se analizaron los métodos estáticos y los métodos de clase y su definición por medio de las funciones predefinidas *classmethod* y *staticmethod*, para recordar su utilización considere el siguiente código:

```
def entrenaf():
    print('Entrenando...')

class pintor:

    _nombre = None

    def __init__(self, nombre):
        self._nombre = nombre

    def pinta_cuadrof(self):
        print('Pintando cuadro...')

    pinta_cuadro = classmethod(pinta_cuadrof)
    entrena = staticmethod(entrenaf)

picasso = pintor('picasso')
pintor.entrena()
```

Una alternativa al código anterior resulta del uso de decoradores que proporcionan un código más simple y compacto.

```
class pintor:

    _nombre = None

    def __init__(self, nombre):
        self._nombre = nombre

    @classmethod
    def pinta_cuadro(self):
        print('Pintando cuadro...')

    @staticmethod
    def entrena():
        print('Entrenando...')

picasso = pintor('picasso')
pintor.entrena()
```

Las funciones *classmethod* y *staticmethod* cumplen el rol de decoradores y pueden definirse como tal para las funciones que así lo requieran.

5.1.4 Patrón memoize

El patrón memoize o de memorización es empleado en diferentes técnicas de programación, entre ellas, la programación dinámica. Consiste en almacenar las soluciones calculadas para evitar que sean recalculadas y con esto reducir el

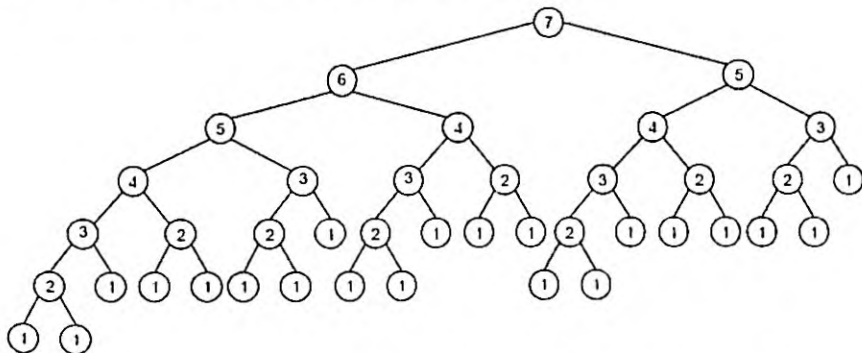
tiempo computacional de los algoritmos. En el siguiente código se puede apreciar un decorador que sigue este patrón y almacena las soluciones en un diccionario para ser reutilizadas al ser requeridas nuevamente.

```
def memoize(f):
    memoria = {}
    def envolt(n):
        if n not in memoria:
            memoria[n] = f(n)
        return memoria[n]
    return envolt
```

Un problema que aprovecha enormemente este patrón es el conocido problema de hallar el n -ésimo número de Fibonacci. En su versión recursiva el procedimiento puede verse como se observa a continuación:

```
def fibonacci(n):
    if n < 2:
        return n
    else:
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n - 2)
```

El árbol recursivo que genera este algoritmo se halla plagado de subárboles que corresponden a casos resueltos en diferentes ramas y que por lo tanto están siendo recalculados. La siguiente figura muestra la explosión arbórea cuando $n = 7$. Observe el lector todos los subárboles que se repiten.

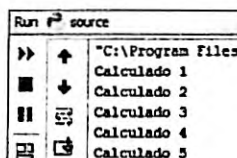


Una solución de tipo ramificación y poda utilizando el decorador memoize puede evitar estos cálculos innecesarios.

```
@memoize
def fibonacci(n):
    if n < 2:
        return n
    else:
        return fibonacci(n-1) + fibonacci(n - 2)
```

Si modificamos el código del decorador para que indique cuándo una solución ha sido calculada previamente, podemos ver que la memorización se está llevando a cabo.

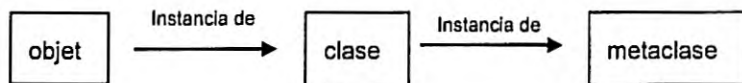
```
def memoize(f):  
    memoria = {}  
    def envolt(n):  
        if n not in memoria:  
            memoria[n] = f(n)  
        else:  
            print('Calculado', n)  
        return memoria[n]  
    return envolt  
  
fibonacci(7)
```



En secciones venideras se analizarán las metaclasses y en detalle algunas de las situaciones en las que estas pueden resultar ventajosas.

5.2 Metaclasses

El prefijo meta se emplea en español para hacer referencia a un concepto que abstrae a otro. Por ejemplo, en inteligencia artificial existen las metaheurísticas que son (de forma simplista) heurísticas de heurísticas, de la misma forma las metaclasses son clases de clases. Definiendo el concepto con mayor formalidad, una metaclass es una clase cuyas instancias son clases y que tienen como objetivo primario personalizar la creación de clases, de este modo es posible considerar la siguiente cadena:



Las metaclasses pertenecen a una técnica de programación conocida como metaprogramación, muy recurrente en lenguajes dinámicos como Python y que como el nombre sugiere se basa en la creación de programas que a su vez produzcan otros programas los cuales generalmente se crean en tiempo de ejecución contribuyendo al ahorro de código que entonces se genera automáticamente al ejecutar el programa y nunca se encuentra de modo físico en un fichero. Al lenguaje en que se escribe el metaprograma se le conoce como metalenguaje y al lenguaje de los programas que se manipulan se le conoce como lenguaje objeto. La posibilidad que tiene un lenguaje de programación de ser su propio metalenguaje se conoce como reflexividad.

Como se mencionó previamente una metaclass puede verse como una clase que es responsable de crear otras clases y suele implementar los siguientes métodos:

- `__new__`: crea la metaclass.
- `__init__`: inicializa la metaclass.
- `__call__`: se ejecuta cada vez que se intenta instanciar un objeto por medio de la clase.
- `clase.__new__`: crea la instancia.
- `clase.__init__`: inicializa la instancia.

La mayoría de las subclases heredan del tipo `type` y extienden o sobrescriben el comportamiento deseado. En código, el marco para desarrollar metaclasses es el siguiente:

```
class Metaclass(type):
    // Definición de métodos...
class A(metaclass= Metaclass):
    // Definición de métodos...
a = A ()
```

El código anterior se puede traducir de la siguiente manera: se crea el objeto `a` que requiere una clase `A` y para crear la clase `A` se requiere una metaclass `Metaclass`, en caso de no especificarse se asume `type`, que es la metaclass por defecto. Para comenzar a analizar un código consideremos el siguiente ejemplo que representa una metaclass cuyo objetivo es implementar el patrón Singleton, que restringe la creación de instancias de una clase a solo una.

```
class Singleton(type):

    def __init__(cls, name, bases, dct):
        cls.__instance = None
        type.__init__(cls, name, bases, dct)

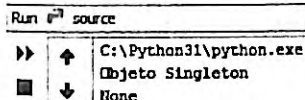
    def __call__(cls):
        if cls.__instance is None:
            cls.__instance = type.__call__(cls)
            return cls.__instance

class ObjetoSingleton(metaclass=Singleton):

    def __str__(self):
        return 'Objeto Singleton'

a = ObjetoSingleton()
b = ObjetoSingleton()

print(a)
print(b)
```



```
Run source
>>> C:\Python31\python.exe
Objeto Singleton
None
```

Python fácil

Fijese en que el segundo objeto no ha sido creado, el llamado al constructor de la clase `ObjetoSingleton` pasa por el método `__call__` y dado que existe una instancia de la clase al momento del segundo llamado otra instancia no es creada. Eliminar la condicional del método `__call__` descarta la restricción de creación de instancias.

```
class Singleton(type):

    def __init__(cls, name, bases, dct):
        cls.__instance = None
        type.__init__(cls, name, bases, dct)

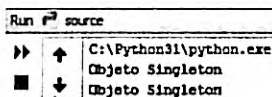
    def __call__(cls):
        cls.__instance = type.__call__(cls)
        return cls.__instance

class ObjetoSingleton(metaclass=Singleton):

    def __str__(self):
        return 'Objeto Singleton'

a = ObjetoSingleton()
b = ObjetoSingleton()

print(a)
print(b)
```



```
Run source
>>> C:\Python31\python.exe
Objeto Singleton
Objeto Singleton
```

En el código de la clase `Singleton` se pudo observar cómo se creó la clase `Singleton` que sobrescribe el método `__new__`, dicho método se ejecuta antes que `__init__` y es el encargado de crear la instancia de clase que luego será suministrada al método `__init__`. En caso de que este método no devuelva la instancia entonces nunca se ejecutará el método `__init__` pues el objeto nunca habrá existido, es por esto que un segundo llamado a la clase `ObjetoSingleton()` devolvería `None`. Como se puede ver, la metaclasses también sirve de puente entre la instancia y la clase dado que controla la forma en que esta se comporta.

Cualquier preprocesamiento que una metaclasses personalizada realice en el nombre, base o diccionario de la clase que está siendo creada puede afectar la manera en la que el objeto de clase es construido si dicho preprocesamiento ocurre en el método `__new__` de la metaclasses y antes de realizar el llamado al método del mismo nombre de la superclase de la metaclasses.

El método de metaclasses `__init__` es generalmente el más apropiado para cambios que se realicen en el objeto clase después que este ha sido construido.

En general la convención adoptada cuando se implementan `__init__` y `__new__` es que el segundo debería emplearse para tareas que no puedan realizarse después de la inicialización de clase y el primero debería tomarse para tareas que puedan llevarse a cabo luego. No todas las características de un objeto pueden cambiarse luego del llamado a `__new__`.

Durante secciones venideras se describirán algunas situaciones en las que las metaclasses pueden resultar bastantes útiles y pueden ofrecer una solución elegante a un problema computacional.

5.2.1 Encadenando métodos mutables de *list* en una expresión

Métodos de algunos tipos como *list* realizan una mutación de la secuencia pero retornan *None*. Ejemplo de estos son *sort*, *insert* y *append*. Sería deseable bajo determinadas circunstancias que los llamados a los métodos anteriores pudieran encadenarse en una sola expresión:

```
sort().append(2).insert(1,1)
```

y no ejecutarse como sentencias independientes:

```
sort()
```

```
append(2)
```

```
insert(1,1)
```

Para ello sería necesario que cada método devolviese una referencia a *self*. Una metaclass personalizada puede ofrecer una solución a esta problemática, así se ilustra en el siguiente código:

```
# Envuelve un metodo que devuelve None en
# uno que devuelve self.
def crea_encadenable(func):
    def envoltura(self, *args, **kws):
        func(self, *args, **kws)
        return self
    return envoltura

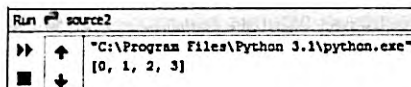
class MetaEncadenacion(type):
    def __new__(mcl, cName, cBases, cDict):
        # obtener la clase base
        # luego envolver sus mutables en cDict.
        for base in cBases:
            if not isinstance(base, MetaEncadenacion):
                for mutable in cDict['_mutables_']:
                    if mutable not in cDict:
                        cDict[mutable] = \
                            crea_encadenable(getattr(base, mutable))
                break
        # delegar el resto a la clase padre. type.
        return \
            super(MetaEncadenacion, mcl).__new__(mcl, cName, cBases, cDict)

class Encadenable(metaclass=MetaEncadenacion):
    pass

class ListaEncadenable(Encadenable, list):
    _mutables_ = 'reverse sort append extend insert'.split()

print(ListaEncadenable([3,2,1]).sort().append(0).sort())
```





En el código anterior se ha creado la metaclasses *MetaEncadenacion* que sobrescribe el método `__new__` donde se filtra en un primer ciclo clases bases cuyas instancias difieran de *MetaEncadenacion*, en este caso, *list*. Luego se busca apoyo en el método *crea_encadenable* para retornar referencias a *self* en cada uno de los métodos definidos en `__mutables__`. Fíjese en que el resultado es una clase que hereda de lista y que ofrece la posibilidad de encadenar en una sola expresión varios llamados.

5.2.2 Intercambiando un método de clase por una función

Supongamos que queremos intercambiar un método de clase por una función externa, para cambiar de esta forma el comportamiento del método de clase. Una solución a esta tarea puede devenir del uso de metaclasses y un código que representa dicha solución se puede observar a continuación:

```
def imprimeNombre(self):
    print("Arnaldo")

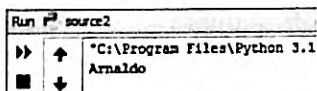
class InterMetaclass(type):

    def __new__(mcl, cName, cBases, cDict):
        cDict['imprime'] = imprimeNombre
        return \
            super(InterMetaclass, mcl).__new__(mcl, cName, cBases, cDict)

class A(metaclass=InterMetaclass):

    def imprime(self):
        print('Hola Python')

a = A()
a.imprime()
```



El intercambio se realiza por mediación del método `__new__` de la metaclasses *InterMetaclass* transformando el valor de la llave que corresponde al nombre del método de clase en el diccionario de atributos de clase.

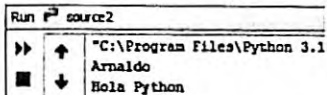
También sería posible añadir un método de clase que corresponda a la función anterior.

```
def __new__(mcl, cName, cBases, cDict):
    cDict['imprima'] = imprimeNombre
    return \
        super(InterMetaclass, mcl).__new__(mcl, cName, cBases, cDict)
```

```

a = A()
a.imprima()
a.imprime()

```



Durante este capítulo se analizaron los decoradores y las metaclasses como herramientas que ofrece Python para beneficiar las buenas prácticas y la posibilidad de crear código legible. En el próximo capítulo se detallarán las alternativas que provee el lenguaje para el procesamiento de ficheros de texto (XML, HTML, texto plano).

Ejercicios del capítulo

1. Cree una función decorada que tenga como resultado la composición de las funciones $f(x) = 3 \cdot x$ y $g(x) = 2^x$.
2. Responda V o F:
 - a) Las metaclasses pertenecen a una técnica de programación donde programas crean otros programas.
 - b) Las metaclasses son funciones que crean exclusivamente funciones.
 - c) Es posible extender, modificar el comportamiento de clases en tiempo de ejecución mediante el uso de metaclasses.

CAPÍTULO 6.

Procesamiento de ficheros

Actualmente existe una gran cantidad de formatos de texto que estructuran, organizan y presentan datos de forma particular. Algunos de estos formatos se han convertido en estándares para el intercambio de información en diferentes plataformas y muchos de los lenguajes de alto nivel han incluido, en sus diferentes versiones, facilidades para el procesamiento de estos formatos, Python es uno de estos lenguajes.

Cuando se procesa un fichero definido en un formato específico se requiere de varias herramientas que se engloban dentro del campo de la teoría de lenguajes. Entre estas herramientas cabe mencionar a los *parsers* o, como también se los conoce, analizadores sintácticos que son los encargados de verificar que la estructura del fichero es correcta y de acuerdo al formato en cuestión. Uno de los objetivos principales de este capítulo será detallar algunos de los *parsers* que Python ofrece o aquellos que pudieran construirse a partir de alguno ofrecido por el lenguaje de manera predeterminada.

6.1 Procesamiento de XML

Uno de los formatos más utilizados para el intercambio de información es XML (*Extensible Markup Language*). El verdadero poder de este lenguaje radica en el hecho de ser un metalenguaje, o sea, un lenguaje con el que se pueden crear otros lenguajes. Representa la información de forma arbórea lo que posibilita, de manera implícita, la creación de jerarquías y relaciones entre los nodos que componen el árbol. Emplea una sintaxis basada en el uso de angulares y, al igual que HTML, descende de SGML, un lenguaje de marcas normalizado desde los años ochenta y de propósito más general. Un XML debería comenzar siempre con un encabezado donde se detalle la versión, la codificación, etc. todo esto a modo de atributos en una etiqueta llamada xml.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
```

Cada etiqueta es de la forma <etiqueta> y debe estar compuesta de dos partes: una etiqueta de apertura y otra de cierre.

<etiqueta> (de apertura)

... (contenido)

</etiqueta> (de cierre)

El cuerpo, que sigue al encabezado en un XML no es opcional, siempre debe estar presente y su presencia está dada por la existencia de al menos una etiqueta.

A continuación se puede observar un XML que pudiera corresponder con información de una tienda *online*, dedicada, entre otras tareas, a la venta de automóviles.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<venta_autos>
  <auto>
    <marca>
      Mercedes-Benz
    </marca>
    <modelo>
      500 K-Spezial-Roadster
    </modelo>
    <anno>
      1936
    </anno>
    <precio>
      200.000 EUR
    </precio>
    <sitio>
      http://www.ventas.cu/autos/mercedes/
    </sitio>
  </auto>
  <auto>
    <marca>
      Porsche
    </marca>
    <modelo>
      911 SC
    </modelo>
    <anno>
      1981
    </anno>
    <precio>
      180.000 EUR
    </precio>
    <sitio>
      http://www.ventas.cu/autos/porsche/
    </sitio>
  </auto>
</venta_autos>
```

Observe el lector que la etiqueta `venta_autos` es padre de las dos etiquetas `auto`, cada una con sus datos específicos y que se establece una jerarquía entre las marcas contenedoras y las contenidas. Durante esta sección se dedicará especial interés al análisis sintáctico de documentos XML en Python, se presentarán algunas situaciones en las que Python puede ofrecer una solución sencilla a la extracción y análisis de datos contenidos en este tipo de documentos.

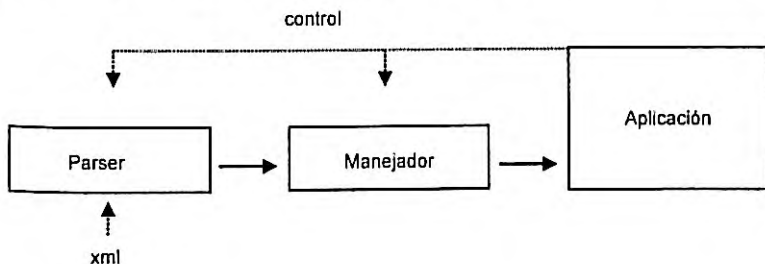
6.1.1 Parser SAX

Un analizador SAX (API Simple de XML o *Simple API for XML*) es una interfaz para procesar datos en formato XML. Antes de la llegada de SAX casi todos los analizadores sintácticos de XML ofrecían una interfaz propia, así que las aplicaciones se construían en base a un *parser* específico y las interfaces eran de bajo nivel, así que la aparición de nuevos *parsers* provocaba que las aplicaciones que se adaptaran a estos nuevos *parsers* tuvieran que ser modificadas para conciliar con el nuevo *parser*.

La solución a esta problemática se hallaba en la introducción de una nueva capa de abstracción que sirviera como puente entre la implementación de un determinado *parser* y la interfaz ofrecida. Dicha solución fue definida por un grupo de programadores liderados por David Meggason del XML-Dev, quienes definieron un conjunto de interfaces en Java que permitían a una aplicación trabajar con cualquier *parser*, el único requisito era que existiera un *driver* para cada *parser*. El *driver* era una clase que utilizaba la interfaz específica del *parser* para realizar llamados a la aplicación mediante la interfaz general. La aplicación crearía objetos manejadores (*handlers*) que implementasen métodos que el *driver* usaría para llamar a la aplicación. Esta nueva API fue conocida como SAX y en su primer lanzamiento contaba con *drivers* para algunos de los más conocidos *parsers* XML del momento. Tuvo una amplia acogida y fue implementada en diversos lenguajes de programación. Un equipo de programadores liderados por Lars Marius llevó a cabo la tarea de adaptar el API a Python y dicha adaptación fue incluida en el paquete PyXML.

SAX es un API basado en llamadas en el que se implementan objetos manejadores para procesar XML. La primera tarea cuando se utiliza SAX es implementar un manejador que comprenda y logre trabajar con los documentos XML que utilice su aplicación. Una referencia al objeto SAX es suministrada a un *driver* o SAX *parser*. Cuando el análisis sintáctico comienza, el *parser* realiza llamados a los métodos de los objetos manejadores permitiendo el procesamiento del XML.

Cuando una aplicación se construye por medio de SAX puede verse como un conjunto de componentes. Primeramente el analizador XML, que incluye al *driver* SAX, es una caja negra que solo requiere información de control de la aplicación. Los objetos manejadores son el medio por el cual el analizador XML puede comunicarse con la aplicación y la lógica que contienen debe estar orientada a interpretar los eventos reportados por el analizador sintáctico. Finalmente, la aplicación hace uso de las estructuras de datos y los eventos derivados de los manejadores para llevar a cabo el procesamiento. La relación entre estos tres componentes puede apreciarse en la siguiente figura:



En aplicaciones pequeñas suele suceder que la aplicación y los manejadores son uno solo y el código de la aplicación se traduce en el código de llamados.

En SAX el analizador sintáctico es conocido como *reader* y es el encargado de leer la entrada de una fuente definida (generalmente un documento XML) y generar llamados a los métodos del manejador para eventos particulares en la entrada. Los manejadores principales son *ContentHandler*, *ErrorHandler*, *DTDHandler* y *EntityResolver* que son llamados por el analizador sintáctico para los diferentes eventos que son encontrados durante la fase de análisis.

ContentHandler es el manejador más utilizado y representa la vía principal mediante la cual la aplicación recibe eventos del analizador sintáctico. Por cada elemento encontrado en el documento XML se dispara un llamado a un método *startElement*. Este método debe ser implementado para el XML en uso y debe saber qué hacer con cada elemento del documento.

ErrorHandler es el manejador que permite responder ante errores ocurridos en el análisis sintáctico del documento. Debe registrarse con el objeto *reader* mediante *setErrorHandler*. Todos los errores de análisis sintáctico se clasifican en tres categorías según su severidad. Las advertencias o *warnings*, los errores y los errores fatales que tienen lugar cuando al encontrar un error no se puede continuar buscando otros errores.

DTDHandler es el manejador que permite conocer notaciones y entidades no analizadas. Se registra mediante el método *setDTDHandler* donde debe especificarse un objeto *DTDHandler* que recibe esta información.

EntityResolver es un manejador que permite apuntar el parser hacia otra ubicación (caché por ejemplo) en busca de entidades. Se registra mediante el método *setEntityResolver*. Todos estos manejadores deben ser registrados con el *reader SAX*.

Finalmente para mostrar el funcionamiento en Python de un parser SAX considere el siguiente documento XML y el código que representa al manejador y a la aplicación.

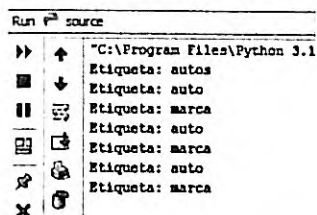
```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<autos>
  <auto>
    <marca> Mercedes </marca>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Porsche </marca>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Ford </marca>
  </auto>
</autos>

from xml.sax import *

class ManejadorDocs(ContentHandler):
```

```
def startElement(self, name, attrs):
    print("Etiqueta:", name)

m = ManejadorDocs()
saxparser = make_parser()
saxparser.setContentHandler(m)
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
```



El paquete `xml.parser` contiene un conjunto de módulos que representan el SAX de Python. La clase `ManejadorDocs` representa el manejador de documentos, enlazado con el lector o parser mediante `setContentHandler` posee una implementación del método `startElement` que se traduce en la impresión del nombre de cada etiqueta. Vea el resultado final y compare con el XML suministrado al parser.

Durante las próximas secciones se analizarán distintos problemas donde un parser SAX puede ofrecer una solución simple y elegante.

6.1.2 Verificando correctitud del formato

Un documento XML se considera correcto cuando sintácticamente sigue las normas de la creación de este tipo de formato. En el siguiente ejemplo se puede observar un documento XML incorrecto. Observe que la segunda etiqueta *marca* no ha sido cerrada apropiadamente.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<autos>
  <auto>
    <marca> Mercedes </marca>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Porsche </marca
  </auto>
  <auto>
    <marca> Ford </marca>
  </auto>
</autos>
```



Para conocer de manera simple si un determinado XML está bien formado utilizamos un manejador por defecto, que en este caso no realizará ningún procesamiento basado en la lectura del documento, simplemente se empleará para realizar el análisis sintáctico.

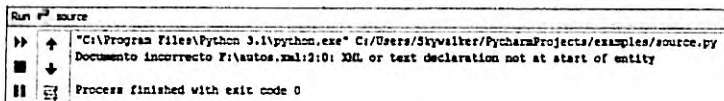
```

from xml.sax.handler import ContentHandler
from xml.sax import make_parser

saxparser = make_parser( )
saxparser.setContentHandler(ContentHandler())

try:
    saxparser.parse('F:\\autos.xml')
    print("Documento correcto")
except Exception as e:
    print("Documento incorrecto", e)

```



En el código anterior se puede observar el resultado que se obtendría para el documento XML presentado previamente.

6.1.3 Contando etiquetas

Imagine una situación en la que sea necesaria tener un control de la cantidad de etiquetas que existen en un documento XML. Dicha situación pudiera darse en el XML que corresponda a los productos de una tienda *online* y es probable que se desee conocer cuántos productos de cada tipo se hallan disponibles. En casos como este puede resultar útil el siguiente código:

```

class ContadorEtiquetas(ContentHandler):

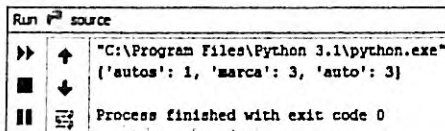
    etiquetas = {}

    def startElement(self, name, attrs):
        self.etiquetas[name] = 1 + self.etiquetas.get(name, 0)

c = ContadorEtiquetas()
saxparser = make_parser( )
saxparser.setContentHandler(c)
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
print(c.etiquetas)

```

Esta información se almacena en un diccionario que contiene cada etiqueta como llave y como valor, la cantidad de ejemplares de cada llave encontrados durante el análisis sintáctico del documento.



Tenga en cuenta que las cantidades corresponden con las etiquetas del documento *autos.xml* presentado a lo largo de este capítulo a modo de caso de ejemplo.

6.1.4 Etiquetas con valor numérico

Supongamos que tenemos un documento XML como el que se muestra a continuación y se desea conocer y organizar los precios de cada auto en pares marca, precio.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<autos>
  <auto>
    <marca> Mercedes </marca>
    <precio> 200.000 </precio>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Porsche </marca>
    <precio> 180.000 </precio>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Ford </marca>
    <precio> 120.000 </precio>
  </auto>
</autos>
```

Esta situación, nuevamente, pudiera tener lugar en el XML de una tienda *online*, un banco o cualquier comercio. Un código que resuelve esta problemática mediante un manejador y un analizador sintáctico SAX se observa a continuación:

```
class PrecioAutos(ContentHandler):

    autos = []
    _precio = False
    _marca = False

    def startElement(self, name, attrs):
        if name == 'marca':
            self._marca = True
        if name == 'precio':
            self._precio = True

    def characters(self, characters):
        if self._marca:
            self.autos.append(characters)
        if self._precio:
            self.autos.append(characters)

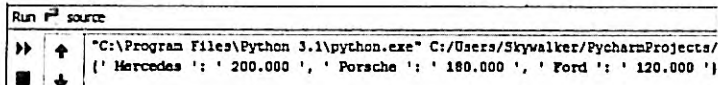
    def endElement(self, name):
        if name == 'marca':
            self._marca = False
        if name == 'precio':
            self._precio = False
```

```

def toDict(self):
    result = {}
    # Pasa la lista de autos a un diccionario
    for i in range(0, len(self.autos), 2):
        result[self.autos[i]] = self.autos[i+1]
    return result

p = PrecioAutos()
saxparser = make_parser( )
saxparser.setContentHandler(p)
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
print(p.toDict())

```



En este caso el manejador PrecioAutos sobrescribe los métodos `characters` y `endElement`. El primero se dispara cuando el analizador sintáctico encuentra caracteres en el documento y el segundo indica el final de un elemento. Las variables `_marca` y `_precio` funcionan como componentes de filtro que contribuyen a tomar solo los trozos de caracteres que corresponden a las etiquetas `marca` y `precio`. Como el análisis sintáctico se realiza de arriba hacia abajo siempre se toma cada marca con su correspondiente precio.

6.1.5 Tomando valores de atributos

Sumando complejidad al documento anterior supongamos que se desea conocer no solo el precio de los autos sino también la moneda en la que son vendidas. Aunque una nueva etiqueta `<moneda>` dentro de `<auto>... </auto>` pudiera ser una alternativa viable dicha solución provoca que una nueva etiqueta sea creada en el documento. Una solución más compacta sería crear un atributo *moneda* en la propia etiqueta *precio*. Los atributos se definen dentro de la etiqueta de inicio como pares llaves valor, definiendo el valor entre comillas, por ejemplo `moneda="EUR"`. El documento `autos.xml` con esta modificación sería el siguiente:

```

<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<autos>
  <auto>
    <marca> Mercedes </marca>
    <precio moneda="EUR"> 200.000 </precio>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Porsche </marca>
    <precio moneda="EUR"> 180.000 </precio>
  </auto>
  <auto>
    <marca> Ford </marca>
    <precio moneda="USD"> 120.000 </precio>
  </auto>
</autos>

```

Un código que reconozca ahora la moneda asociada a cada precio se puede observar en las siguientes líneas:

```
class PrecioAutos(ContentHandler):

    autos = []
    _precio = False
    _marca = False

    def startElement(self, name, attrs):
        if name == 'marca':
            self._marca = True
        if name == 'precio':
            self._precio = True
            self.autos.append(attrs.getValue('moneda'))

    def characters(self, characters):
        if self._marca:
            self.autos.append(characters)
        if self._precio:
            self.autos.append(characters)

    def endElement(self, name):
        if name == 'marca':
            self._marca = False
        if name == 'precio':
            self._precio = False

    def toDict(self):
        result = {}
        # Pasa la lista de autos a un diccionario
        for i in range(0, len(self.autos), 3):
            result[self.autos[i]] = \
                self.autos[i+2] + ' ' + self.autos[i+1]
        return result

p = PrecioAutos()
saxparser = make_parser()
saxparser.setContentHandler(p)
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
print(p.toDict())
```

Run  source

```
>> C:\Program Files\Python 3.1\python.exe C:/Users/Skywalker/PycharmProjects/examples/source.py
{'Mercedes ': ' 200.000 EUR', 'Porsche ': ' 180.000 EUR', 'Ford ': ' 120.000 USD'}
```

La diferencia entre este código y el presentado en la sección anterior resulta del uso, en el método `startElement`, del parámetro `attrs`, un objeto de la interfaz `Attributes` que contiene todos los atributos de una etiqueta. Algunos de los métodos que ofrece este objeto se enumeran a continuación:

- `getLength()`: retorna el número de atributos de la etiqueta.
- `getNames()`: retorna los nombres de los atributos.
- `getType(name)`: retorna el tipo del atributo, normalmente 'CDATA'.
- `getValue(name)`: retorna el valor del atributo name.

También implementa algunos métodos de mapeo como `keys()`, `values()`, `items()`, `get()`, `copy()` y `__contains__()`.

6.1.6 Principio y fin de un XML

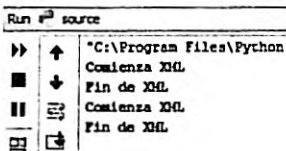
Los métodos `startDocument` y `endDocument` notifican del inicio y fin del documento. Resultan útiles cuando se desea realizar preprocesamiento o posprocesamiento, por ejemplo cuando se analizan varios documentos XML y se desea distinguir uno del otro. Estos métodos son añadidos al manejador `PrecioAutos` descrito en secciones previas.

```
def startDocument(self):
    print('Comienza XML')

def endDocument(self):
    print('Fin de XML')

p = PrecioAutos()
saxparser = make_parser( )

saxparser.setContentHandler(p)
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
saxparser.parse('F:\\autos.xml')
```



A partir de la próxima sección se estudiarán formas de análisis sintáctico para otro tipo de documento bastante popular, un tipo de documento que utilizamos cada día y que representa parte indisoluble de la web; se trata de los documentos HTML.

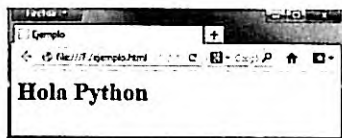
6.2 Procesamiento de HTML

El Lenguaje de Marcado de Hipertexto (HTML en inglés) es el lenguaje de facto de la web y un descendiente, al igual que XML, de SGML. La primera descripción del lenguaje fue publicada por Tim Berners-Lee en 1991 y desde entonces ha crecido su aceptación, ampliación y capacidades a un punto tal que en el presente no se concibe la navegación en Internet por otra vía que no sea accediendo a los ficheros HTML que sirven de base a sitios en todo el mundo.

Un documento HTML consta de 2 partes fundamentales, un encabezado y un cuerpo. En el encabezado se definen el título de la página, el `DocType` y

usualmente se enlazan los ficheros de estilos (CSS), los *scripts* (aunque se sugiere ubicarlos al final de la página para que pueda cargar más rápido) y se definen las secciones de estilos y *scripts* cuyo código se encuentre contenido en la propia página.

```
<head>
  <title> Ejemplo </title>
  <link href="css/bootstrap.css" rel="stylesheet" media="screen" type="text/css">
</head>
<body>
  <!-- Cuerpo del documento (esto es un comentario) -->
  <h1> Hola Python </h1>
  <script type="text/javascript" src="js/jquery-1.9.0.min.js"></script>
</body>
```



En Python existe un módulo para el análisis y manejo de documentos HTML, este es el módulo `html`. En las siguientes secciones se describirán varias situaciones en las que se toma provecho de sus métodos y propiedades.

6.2.1 Identificando etiquetas en HTML

Para iniciar el estudio de analizadores sintácticos orientados a documentos HTML un código que identifique las etiquetas de este tipo de documentos debería ser una alternativa válida. Para ello se creará un manejador que herede de la clase `HTMLParser` y se sobrescribirán los métodos `handle_starttag` y `handle_endtag` que notifican del comienzo y fin de etiquetas respectivamente. El HTML suministrado al parser corresponde con el de la sección anterior.

```
from html.parser import HTMLParser

class EtiquetasHTML(HTMLParser):

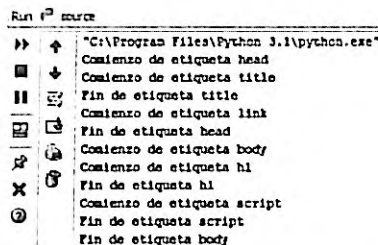
    def handle_starttag(self, tag, attrs):
        print("Comienzo de etiqueta %s" % tag)

    def handle_endtag(self, tag):
        print("Fin de etiqueta %s" % tag)

h = EtiquetasHTML()
f = open('F:\\ejemplo.html', mode='rt')

while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
```



La función predefinida *open*, que se ha empleado en el código anterior, abre un fichero cuyo camino se suministra como argumento y devuelve un objeto de tipo *File*. El método *readline* de la clase *File* devuelve una cadena que corresponde a una línea (hasta encontrar la primera ruptura de línea `\n`) del fichero en cuestión. El argumento opcional *mode* define la forma en que se abre el fichero, en este caso la cadena `rt` indica que se abrirá en modo lectura (`r` = read) como texto (`t` = text). El método *feed* suministra al analizador sintáctico partes del texto que deberá ser considerado. El analizador lleva a cabo el análisis de una parte de este texto y almacena el resto en un buffer para un posterior llamado a *feed* o para cuando se realice un llamado al método *close* que indica al parser que no existen más datos para ser analizados.

6.2.2 Cantidad de enlaces que apunten a Google

Considere que se cuenta con una página web como la que se observa a continuación y se desea obtener el total de enlaces que apunten a Google (www.google.com).

```
<head>
  <title> Ejemplo </title>
  <link href="css/bootstrap.css" rel="stylesheet" media="screen" type="text/css">
</head>
<body>
  <!-- Cuerpo del documento (esto es un comentario) -->
  <h1> Hola Python </h1>

  <a href="http://www.google.com">
    
  </a>
  <a href="http://www.stackoverflow.com">
    
  </a>
  <br>
  <a href="http://www.codeproject.com">
    
  </a>
  <a href="http://www.nubelo.com">
    
  </a>

</body>
```



Una solución a esta problemática puede lograrse mediante un analizador sintáctico que filtre las etiquetas que representan enlaces y realice un examen de cada una incrementando un contador cada vez que encuentre un enlace que apunte a www.google.com. Dicha solución puede apreciarse en la próxima clase que representa el manejador e implementa los métodos `handle_starttag` y `handle_endtag`. El primero se encarga de inicializar la variable de conteo (al encontrar la etiqueta `body`) y luego lleva a cabo su actualización a medida que encuentra enlaces que apunten a Google. El segundo, que se dispara cuando se encuentran las etiquetas de cierre, imprime el valor de la variable `conteo` al momento de haber hallado la etiqueta de cierre de cuerpo.

```
class FiltrosHTML(HTMLParser):

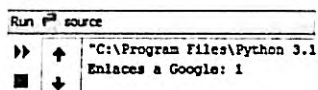
    def handle_starttag(self, tag, attrs):
        if tag == 'body':
            self.conteo = 0
            return
        if tag != 'a': return
        for nombre, valor in attrs:
            if nombre == 'href':
                if valor == 'http://www.google.com':
                    self.conteo += 1

    def handle_endtag(self, tag):
        if tag == 'body':
            print('Enlaces a Google:', self.conteo)

h = FiltrosHTML()
f = open('F:\\ejemplo.html', mode='rt')

while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
```



Una mejora al código anterior puede resultar de considerar la dirección buscada en los enlaces como una variable.

```
class FiltrosHTML(HTMLParser):

    def __init__(self, direccion):
        HTMLParser.__init__(self)
        self.direccion = direccion

    def handle_starttag(self, tag, attrs):
        if tag == 'body':
            self.conteo = 0
            return
        if tag != 'a': return
        for nombre, valor in attrs:
            if nombre == 'href':
                if valor == self.direccion:
                    self.conteo += 1

    def handle_endtag(self, tag):
        if tag == 'body':
            print('Enlaces a Google:', self.conteo)

h = FiltrosHTML('http://www.google.com')
f = open('F:\ejemplo.html', mode='rt')

while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
```

Para desarrollar esta mejora se ha implementado el constructor de la clase FiltrosHTML el cual debe realizar, por cuestiones internas de inicialización, un llamado al constructor de la clase HTMLParser. La variable `self.direccion` representa ahora la dirección a encontrar en los enlaces de la página HTML y su valor se compara con el del atributo `href`.

6.2.3 Construyendo una matriz a partir de una tabla HTML

Las tablas fueron uno de los primeros elementos incluidos en el estándar HTML dado que los creadores del lenguaje eran científicos que tenían a las tablas como una forma básica de visualizar datos. Una tabla puede verse como una matriz de 2 dimensiones donde se tiene una cantidad n de filas y una cantidad m de columnas. Una situación bastante interesante pudiera tener lugar cuando se

intenta llevar una tabla HTML a una matriz Python, este precisamente es el objetivo del siguiente ejemplo y para ello se considera la siguiente tabla:

```
<head>
  <title> Tabla </title>
  <link href="bootstrap.css" rel="stylesheet" media="screen" type="text/css">
</head>
<body>
  <div class="container" style="width:100px">
    <table class="table table-bordered table-striped">
      <tbody>
        <tr>
          <td> 1 </td>
          <td> 2 </td>
          <td> 3 </td>
        </tr>
        <tr>
          <td> 4 </td>
          <td> 5 </td>
          <td> 6 </td>
        </tr>
        <tr>
          <td> 7 </td>
          <td> 8 </td>
          <td> 9 </td>
        </tr>
      </tbody>
    </table>
  </div>
</body>
```

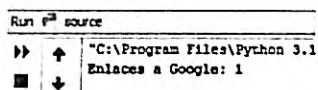


1	2	3
4	5	6
7	8	9



La tabla anterior representa una matriz de 3×3 y para construir la matriz en Python se desarrolla el parser HTML que se muestra a continuación:

```
class TablasHTML(HTMLParser):
    _data = False
```



Una mejora al código anterior puede resultar de considerar la dirección buscada en los enlaces como una variable.

```
class FiltrosHTML(HTMLParser):

    def __init__(self, direccion):
        HTMLParser.__init__(self)
        self.direccion = direccion

    def handle_starttag(self, tag, attrs):
        if tag == 'body':
            self.conteo = 0
            return
        if tag != 'a': return
        for nombre, valor in attrs:
            if nombre == 'href':
                if valor == self.direccion:
                    self.conteo += 1

    def handle_endtag(self, tag):
        if tag == 'body':
            print('Enlaces a Google:', self.conteo)

h = FiltrosHTML('http://www.google.com')
f = open('F:\ejemplo.html', mode='rt')

while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
```

Para desarrollar esta mejora se ha implementado el constructor de la clase FiltrosHTML el cual debe realizar, por cuestiones internas de inicialización, un llamado al constructor de la clase HTMLParser. La variable `self.direccion` representa ahora la dirección a encontrar en los enlaces de la página HTML y su valor se compara con el del atributo `href`.

6.2.3 Construyendo una matriz a partir de una tabla HTML

Las tablas fueron uno de los primeros elementos incluidos en el estándar HTML dado que los creadores del lenguaje eran científicos que tenían a las tablas como una forma básica de visualizar datos. Una tabla puede verse como una matriz de 2 dimensiones donde se tiene una cantidad n de filas y una cantidad m de columnas. Una situación bastante interesante pudiera tener lugar cuando se

intenta llevar una tabla HTML a una matriz Python, este precisamente es el objetivo del siguiente ejemplo y para ello se considera la siguiente tabla:

```
<head>
  <title> Tabla </title>
  <link href="bootstrap.css" rel="stylesheet" media="screen" type="text/css">
</head>
<body>
  <div class="container" style="width:100px">
    <table class="table table-bordered table-striped">
      <tbody>
        <tr>
          <td> 1 </td>
          <td> 2 </td>
          <td> 3 </td>
        </tr>
        <tr>
          <td> 4 </td>
          <td> 5 </td>
          <td> 6 </td>
        </tr>
        <tr>
          <td> 7 </td>
          <td> 8 </td>
          <td> 9 </td>
        </tr>
      </tbody>
    </table>
  </div>
</body>
```



1	2	3
4	5	6
7	8	9



La tabla anterior representa una matriz de 3×3 y para construir la matriz en Python se desarrolla el parser HTML que se muestra a continuación:

```
class TablasHTML(HTMLParser):

    _data = False
```

```

def handle_starttag(self, tag, attrs):
    if tag == 'head':
        self.matriz = []
    elif tag == 'tr':
        self.matriz.append([])
    elif tag == 'td':
        self._data = True

def handle_data(self, data):
    if self._data:
        self.matriz[len(self.matriz)-1].append(data)

        self._data = False

h = TablasHTML()
f = open('E:\\ejemplo.html', mode='rt')

while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
for fila in h.matriz:
    print(fila)

```

Run	source
»	C:\Python31\python.exe
■	[' 1 ', ' 2 ', ' 3 ']
■	[' 4 ', ' 5 ', ' 6 ']
■	[' 7 ', ' 8 ', ' 9 ']

Como se puede apreciar el código es bastante sencillo, simplemente se procesan las etiquetas de cuerpo (body) para inicializar la matriz y la variable de datos y luego las etiquetas *tr* y *td* que identifican la existencia de filas y datos respectivamente y crean de esta forma nuevas filas en la matriz y rellenan los datos de las mismas.

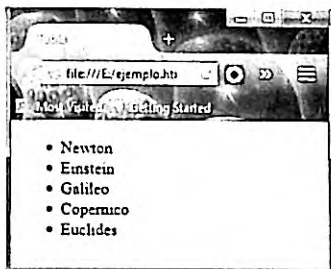
6.2.4 Construyendo una lista a partir de una lista HTML

Teniendo en cuenta el código anterior construir un analizador sintáctico que realice una tarea similar al anterior pero esta vez sobre una lista parece bastante simple. Considere la siguiente tabla HTML:

```

<head>
  <title> Tabla </title>
</head>
<body>
  <div class="container" style="width:100px">
    <ul>
      <li> Newton </li>
      <li> Einstein </li>
      <li> Galileo </li>
      <li> Copernico</li>
      <li> Euclides </li>
    </ul>
  </div>
</body>

```



El código de dicho analizador se expone a continuación:

```
class ListaHTML(HTMLParser):
    _data = False

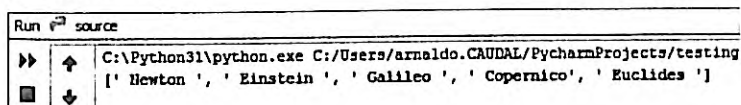
    def handle_starttag(self, tag, attrs):
        if tag == 'head':
            self.lista = []
        elif tag == 'li':
            self._data = True

    def handle_data(self, data):
        if self._data:
            self.lista.append(data)
            self._data = False

h = ListaHTML()
f = open('E:\\ejemplo.html', mode='rt')

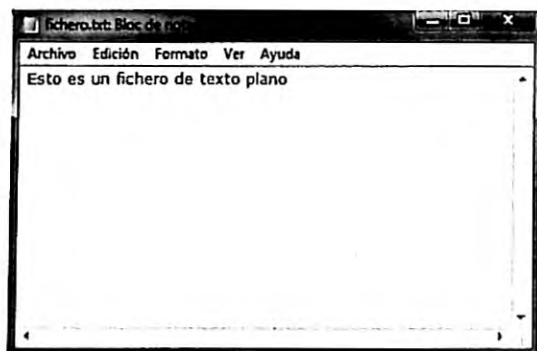
while True:
    linea = f.readline()
    if not linea: break
    h.feed(linea)

h.close()
print(h.lista)
```



6.3 Procesamiento de texto plano

Un fichero de texto plano es un fichero constituido por un conjunto de caracteres sin formato alguno y codificados según un sistema de codificación que usualmente es uno de los siguientes: UTF-8, ASCII, ISO-8859-1 o Latín-1.



Para abrir un fichero en Python se hace uso de la función *open* que retorna un *stream* (flujo) y cuenta con la signatura que se observa a continuación:

```
open (fichero, mode='r', buffering=None, encoding=None, errors=None,
      newline=None, closefd=True)
```

donde *mode* puede tener uno de los siguientes valores:

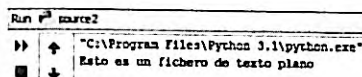
'r'	Abierto para lectura (predeterminado)
'w'	Abierto para escritura, truncando el fichero primero si existe
'a'	Abierto para escritura, añadiendo al final del fichero si existe

Además, los valores anteriores pueden utilizarse en combinación con los siguientes para modificar el modo en que se abre el fichero.

't'	Modo texto (predeterminado)
'b'	Modo binario
'+'	Abierto para actualización (lectura and escritura)

El resto de los parámetros definen en este orden: la política de *buffering*, la codificación utilizada en el fichero, la forma en que se manejan los errores de codificación/decodificación, la manera en que funcionan los cambios de líneas y determinar si cerrar o no un descriptor de ficheros suministrado para el argumento fichero. Varios de los parámetros anteriores se aplican en dependencia del modo seleccionado. En el próximo ejemplo se puede observar cómo se carga el fichero de texto plano mostrado anteriormente y cómo se lee su primera línea.

```
fichero = open('F:\\fichero.txt')
print(fichero.readline())
```



La función *open* devuelve un objeto *File* que tiene entre sus métodos los siguientes:

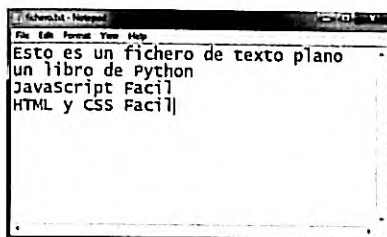
<i>close</i>	<i>f.close()</i> Cierra el fichero. Ningún otro método del objeto puede ser llamado luego de <i>close</i> . Múltiples llamados a <i>f.close</i> se permiten.
<i>closed</i>	<i>f.closed</i> es un atributo de solo lectura cuyo valor es <i>True</i> si el fichero ha sido cerrado y <i>False</i> en caso contrario.
<i>encoding</i>	<i>f.encoding</i> es un atributo de solo lectura cuyo valor es <i>None</i> , si I/O en <i>f</i> utiliza el sistema de codificación por defecto, en otro caso es una cadena que define la codificación utilizada.
<i>flush</i>	<i>f.flush()</i> Realiza una solicitud al sistema operativo para que el buffer del fichero sea vaciado, de este modo el fichero visto por el sistema es el mismo procesado por Python. En dependencia del sistema y del fichero que sirva de base al objeto <i>File</i> puede o no lograrse este efecto.
<i>fileno</i>	Devuelve un entero, que es el descriptor de fichero a nivel de sistema operativo.
<i>mode</i>	<i>f.mode</i> es un atributo de solo lectura que representa el valor de la cadena <i>mode</i> utilizada en el llamado a <i>open</i> que creó el fichero.
<i>name</i>	<i>f.name</i> es un atributo de solo lectura que representa el valor de la cadena <i>filename</i> utilizada en el llamado a <i>open</i> que creó el fichero.
<i>newlines</i>	<i>f.newlines</i> es un atributo de solo lectura útil para archivos de texto abiertos según "universal-newlines reading." Puede ser una de las cadenas '\n', '\r', or '\r\n' (donde las cadenas son los separadores de línea encontrados hasta ahora en la lectura del fichero); una tupla, cuyos elementos son los diferentes tipos de separadores de línea encontrados hasta ahora; o <i>None</i> , cuando ningún separador de línea ha sido encontrado mientras se lee el fichero o cuando <i>f</i> no fue abierto en modo 'U'.
<i>read</i>	<i>f.read(size=-1)</i> Lee hasta <i>size</i> bytes del fichero y los devuelve como una cadena. Lee y devuelve menos de <i>size</i> bytes si el fichero termina antes de leer esta cantidad de bytes. Cuando <i>size</i> es menor que 0 lee todos los bytes hasta el final del fichero. Devuelve una cadena vacía si la posición actual en el fichero está al final o si el valor de <i>size</i> es igual a 0.

<i>readline</i>	<i>f.readline(size=-1)</i> Lee y devuelve una línea del fichero (hasta el primer fin de línea, <code>\n</code> , incluyéndolo). Si <i>size</i> es mayor ó igual que 0, <i>readline</i> lee a lo sumo una cantidad <i>size</i> de bytes. En este caso, la cadena devuelta puede que no termine con <code>\n</code> . <code>\n</code> puede también encontrarse ausente del fichero si el método lee hasta el final del mismo. Devuelve cadena vacía si la posición actual corresponde al final del fichero o <i>size</i> es igual a 0.
<i>readlines</i>	<i>f.readlines(size=-1)</i> Lee y devuelve una lista con todas las líneas del fichero donde cada cadena termina en <code>\n</code> . Si <i>size</i> >0, <i>readlines</i> se detiene y devuelve la lista coleccionado hasta un total de <i>size</i> bytes en lugar de leer hasta el final del fichero.
<i>seek</i>	<i>f.seek(pos, how=0)</i> Define la posición actual en el fichero al entero de desplazamiento <i>pos</i> considerando un posible punto de referencia que es <i>how</i> . Cuando <i>how</i> es 0, el punto de referencia es el comienzo del fichero; cuando es 1, la referencia es la posición actual y cuando es 2, la referencia es el final del fichero. Cuando el fichero se abre en modo texto, <i>seek</i> pudiera definir la posición actual de manera inesperada, dadas las traducciones entre <code>os.linesep</code> y <code>\n</code> . Este conflicto no ocurre en plataformas Unix. Cuando el fichero se abre en modo 'a' o 'a+', todos los datos escritos en el fichero se concatenan a los datos que se encuentran presentes en el fichero, a pesar de cualquier llamado a <i>f.seek</i> .
<i>tell</i>	<i>f.tell()</i> Devuelve como un entero en bytes la posición actual del fichero la cual se traduce en el desplazamiento de bytes leídos que existe a partir del inicio del fichero.
<i>truncate</i>	<i>f.truncate([size])</i> Trunca el fichero. Cuando <i>size</i> está presente, trunca el fichero para que sea de a lo sumo <i>size</i> bytes. Cuando <i>size</i> se omite, utiliza <i>f.tell()</i> como el nuevo tamaño del fichero.
<i>write</i>	<i>f.write(s)</i> Escribe los bytes de una cadena <i>s</i> en el fichero.
<i>writelines</i>	<i>f.writelines(l)</i> <i>Writelines</i> escribe cada una de las cadenas de <i>l</i> en el fichero, una a continuación de la anterior.

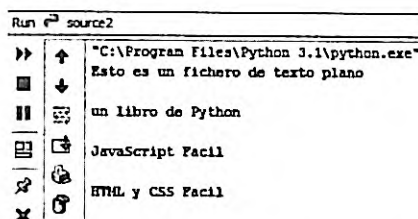
Un objeto `File` que resulte de abrir un fichero en modo lectura de texto es también un iterador que tiene por elementos las líneas del fichero de texto, de manera tal que el ciclo:

```
for l in f:
```

representa una forma sencilla de iterar sobre las líneas de un documento de texto. Si consideramos un fichero como el que se observa a continuación se puede ver lo simple que resultaría el código para leer cada línea.



```
fichero = open('F:\\fichero.txt')
for l in fichero:
    print(l)
```



Interrumpir el ciclo anterior pudiera dejar la posición del fichero en un valor aleatorio debido a cuestiones relacionadas con el *buffering*. Durante las siguientes secciones se analizarán algunos ejemplos del uso de la función *open* en la lectura de determinados ficheros, también se describirá la forma de escribir hacia un fichero de texto.

6.3.1 Leyendo un fichero de texto con formato CSV

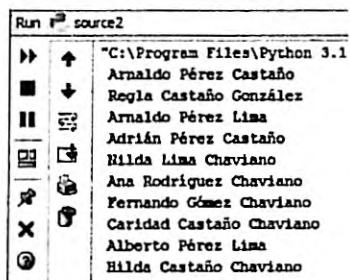
Un fichero CSV (del inglés *Comma-Separated Values*) es un tipo de documento que representa datos tabulares donde las columnas se separan por comas y las filas por saltos de línea y los datos que contengan una coma, un salto de línea o una comilla doble se distinguen encerrándolos entre comillas dobles. El siguiente ejemplo corresponde a un fichero CSV.

- 1, Arnaldo, Pérez, Castaño, 26, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 2, Regla, Castaño, González, 54, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 3, Arnaldo, Pérez, Lima, 53, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 4, Adrián, Pérez, Castaño, 24, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 5, Nilda, Lima, Chaviano, 72, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 6, Ana, Rodríguez, Chaviano, 83, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 7, Fernando, Gómez, Chaviano, 70, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 8, Caridad, Castaño, Chaviano, 65, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 9, Alberto, Pérez, Lima, 65, calle 25 No 1058, Habana, Cuba
- 10, Hilda, Castaño, Chaviano, 65, calle 25 No 1058, Habana, Cuba

Los ficheros CSV resultan muy cómodos para almacenar información extraída de base de datos debido a su naturaleza inherentemente tabular. Supongamos ahora que se desea leer un fichero que contiene los datos anteriores y extraer del mismo la información para crear por cada línea una clase Persona con los siguientes campos: nombre, apellidos, edad, dirección, ciudad, país. La siguiente función llevaría a cabo dicha tarea:

```
def extrae_personas(camino):
    fichero = open(camino)
    personas = []
    for l in fichero:
        campos = l.split(',')
        p = Persona()
        p.nombre = campos[1]
        p.apellidos = campos[2] + campos[3]
        p.edad = campos[4]
        p.direccion = campos[5]
        p.ciudad = campos[6]
        p.pais = campos[7]
        personas.append(p)
    for p in personas:
        print(p)
```

```
extrae_personas('F:\\fichero.txt')
```

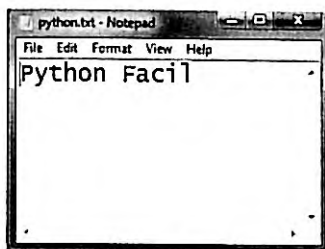


La función anterior abre el fichero de texto y luego comienza su lectura línea a línea dividiendo las cadenas que representan a cada línea según el carácter ','. Después se extraen los campos correspondientes del arreglo que resulta de dividir cada cadena de línea y se crean objetos Persona los cuales son almacenados en una lista de personas que finalmente se imprime.

6.3.2 Escribiendo a un fichero de texto

Supóngase ahora que se desea crear y escribir a un fichero de texto en lugar de leer de él. Para realizar esta operación al igual que sucede con la lectura de ficheros se utiliza la función open utilizando en este caso el modo 'w' (writing).

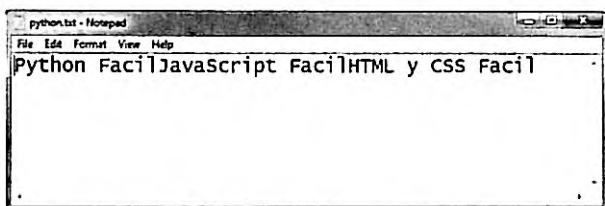
```
with open('F:/python.txt', 'w') as file:
    file.write('Python Fácil')
```



Cuando se abre un fichero de texto en modo escritura y este fichero no existe, la función `open` lo crea automáticamente. El método `write` (detallado en la sección anterior) del objeto `File` escribe la cadena 'Python Fácil' en dicho fichero.

También es posible escribir una lista de cadenas utilizando el método `writelines` del objeto `File` que como se mencionó anteriormente las escribe una a continuación de la otra sin carácter intermedio.

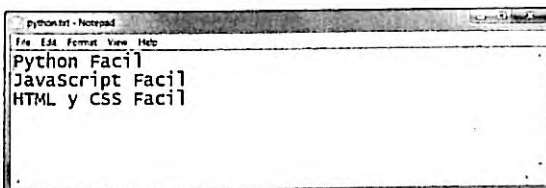
```
with open('F:/python.txt', 'w') as file:
    file.writelines(['Python Fácil', 'JavaScript Fácil',
                    'HTML y CSS Fácil'])
```



Como el método `writelines` no añade separadores de línea automáticamente estos deben ser añadidos de forma manual por el programador en la secuencia suministrada al método.

```
with open('F:/python.txt', 'w') as file:
    file.writelines(['Python Fácil',
                    '\n',
                    'JavaScript Fácil',
                    '\n',
                    'HTML y CSS Fácil'])
```

El resultado del código anterior sería el siguiente fichero de texto plano:

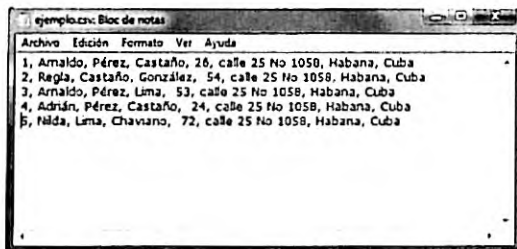


En la próxima sección se profundizará en el estudio del procesamiento de ficheros de tipo CSV pues Python incorpora en sus últimas versiones un *parser* para este formato.

6.4 Procesamiento de CSV

Debido a su elevado uso, en la actualidad el formato CSV cuenta con cobertura en muchos de los lenguajes de programación modernos. Python es uno de estos lenguajes y el soporte al formato se halla representado por el módulo `csv`.

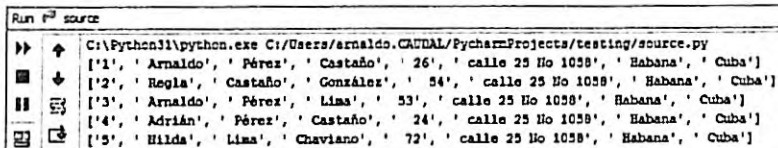
El módulo `csv` ofrece funciones que facilitan enormemente el código que corresponde al procesamiento (lectura y escritura) de ficheros CSV que considerando la simpleza del formato no implica por lo general grandes complicaciones ni tampoco muchas líneas de código. Para un fichero como el siguiente:



El código que se observa a continuación realiza la lectura del archivo completo, de arriba hasta abajo y por cada fila.

```
import csv

lector = csv.reader(open("E:\\ejemplo.csv", newline=''))
for fila in lector:
    print(fila)
```

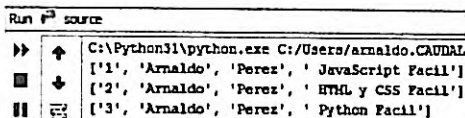


La función `reader` recibe un objeto que soporte el protocolo `iterator` y devuelva una cadena cada vez que se realiza un llamado a su método `next()`, los objetos de tipo fichero como en el código previo (retornado por `open`) y las listas son candidatas a ser proporcionados como parámetros a la función `reader` que luego devuelve un objeto que itera sobre las líneas del otro objeto suministrado como argumento. Siempre que se realice el llamado con un objeto de tipo fichero se debe abrir con `newline=""`.

Como se mencionó anteriormente también es posible trabajar con una lista en lugar de un fichero.

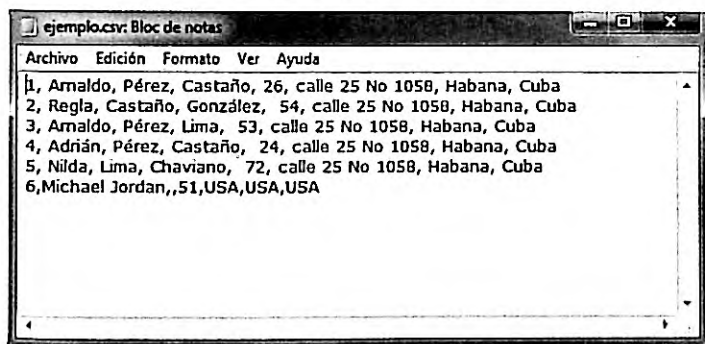
```
lector = csv.reader([
    '1,Arnaldo,Perez, JavaScript Facil',
    '2,Arnaldo,Perez, HTML y CSS Facil',
    '3,Arnaldo,Perez, Python Facil'
])

for fila in lector:
    print(fila)
```



Para escribir a un fichero CSV se puede emplear la función `csv.writer` que recibe como parámetro un fichero que tenga un método `write()`. En el próximo código se agrega la fila '6, Michael, Jordan, -, 51, USA, USA, USA' al archivo `ejemplo.csv` mostrado anteriormente.

```
escrib = csv.writer(open('E:\\ejemplo.csv', 'a'))
escrib.writerow(['6'] + ['Michael Jordan'] + ['']
                + ['51'] + ['USA'] + ['USA'] + ['USA'])
```



Fijese en que el fichero se abre en modo *append* (concatenar) para comenzar la escritura al final del fichero y evitar que sea borrado el contenido actual. Observe también que la cadena suministrada al método `writerow` (escribe una fila al archivo) resulta de concatenar un conjunto de listas donde cada lista tiene una cadena y deviene en una lista que posee todas las cadenas de cada lista como elementos.

6.5 Procesamiento de ficheros comprimidos

A pesar del incremento de capacidad que han adquirido los dispositivos de almacenamiento en los últimos tiempos, la compresión de ficheros continúa siendo

un esfuerzo computacional muy aceptado para ahorrar recursos. Python facilita el desarrollo de programas que involucren compresión al incluir módulos dedicados al trabajo con archivos comprimidos. En las siguientes subsecciones se analizará la forma en que se puede llevar a cabo el procesamiento de diferentes formatos de compresión en Python.

6.5.1 Archivos Zip

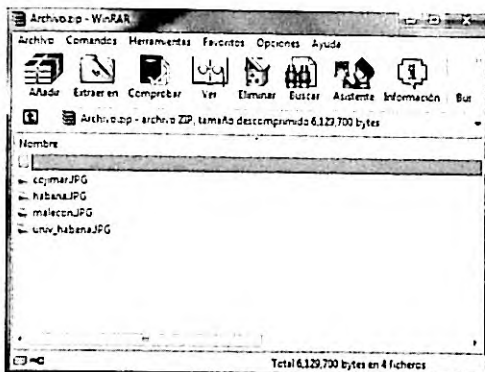
El formato de compresión zip fue creado por el fundador de Pkware, Phil Katz y ha devenido en un estándar para la compresión de archivos y en especial para la compresión de documentos, imágenes y programas. Las distribuciones de Python incluyen un módulo llamado *zipfile* que brinda facilidades para procesar este tipo de ficheros. Algunas de las clases y funciones que ofrece este módulo se listan a continuación:

is_zipfile	<p><code>is_zipfile(filename)</code></p> <p>Devuelve verdadero si el fichero indicado por <i>filename</i> se considera un zip válido, juzgando por los primeros y últimos bytes del fichero en cuestión; de lo contrario, devuelve falso.</p>
ZipInfo	<p><code>class ZipInfo(filename='NoName', date_time=(1987, 12, 12, 0, 0, 0))</code></p> <p>Los métodos <code>getinfo</code> e <code>infolist</code> de instancias de <code>ZipFile</code> devuelven instancias de <code>ZipInfo</code> para suministrar información acerca de miembros del archivo. Los atributos más útiles suministrados por una instancia de <code>ZipInfo</code> son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <code>comment</code> Una cadena que representa un comentario en el archivo miembro <code>compress_size</code> Tamaño en bytes de los datos comprimidos en el archivo miembro <code>compress_type</code> Un código entero que representa el tipo de compresión del archivo miembro <code>date_time</code> Una tupla con seis enteros que representa la fecha de la última modificación del fichero: los elementos son año, mes, día, hora, minuto, segundo. <code>file_size</code> Tamaño en bytes de los datos descomprimidos para el archivo miembro <code>filename</code> Nombre del fichero en el archivo

ZipFile	<p><code>class ZipFile(filename, mode='r', compression=zipfile.ZIP_STORED)</code></p> <p>Abre un fichero ZIP llamado según la cadena <i>filename</i>. <i>Mode</i> puede ser 'r', para leer un ZIP existente; 'w', para escribir a un nuevo ZIP o truncar y sobrescribir uno existente; o 'a', para añadir a un fichero existente.</p> <p>Cuando <i>mode</i> es 'a', <i>filename</i> puede nombrar a un fichero ZIP existente (en ese caso nuevos miembros son añadidos al fichero existente) o a un fichero existente que no sea ZIP. En el último caso, un fichero estilo ZIP es creado y añadido a un fichero existente. El objetivo principal de este último caso es permitirte construir un fichero .exe autoextraíble (i.e., un ejecutable de Windows que se descompacta cuando se ejecuta).</p> <p><i>compression</i> es un código entero que puede corresponder a dos atributos del módulo zipfile.</p> <p>zipfile.ZIP_STORED solicita que el archivo no utilice compresión zipfile.ZIP_DEFLATED solicita que el archivo utilice el modo de compresión por deflación (el más usual y efectivo en ficheros .zip).</p>
close	<p><code>z.close()</code></p> <p>Cierra el fichero z. Asegúrese que un llamado a <i>close</i> existe, de lo contrario un fichero ZIP incompleto e inusable puede quedar en disco. Este final forzoso generalmente se logra mejor con una sentencia <i>try/finally</i>.</p>
getinfo	<p><code>z.getinfo(name)</code></p> <p>Devuelve una instancia de ZipInfo la cual suministra información acerca del archivo miembro nombrado acorde a la cadena <i>name</i>.</p>
infolist	<p><code>z.infolist()</code></p> <p>Devuelve una lista de instancias de ZipInfo, una por cada miembro en el archivo z, en el orden de las entradas en el archivo.</p>
namelist	<p><code>z.namelist()</code></p> <p>Devuelve una lista de cadenas, el nombre de cada miembro en el archivo z, en el orden de las entradas en el archivo.</p>
printdir	<p><code>z.printdir()</code></p> <p>Ofrece como salida un directorio textual del archivo z al fichero <code>sys.stdout</code>.</p>
read	<p><code>z.read(name)</code></p> <p>Devuelve una cadena que contiene los bytes descomprimidos del fichero nombrado según la cadena <i>name</i> en el archivo z. z debe ser abierto para 'r' o 'a'. Cuando el archivo no contiene un fichero llamado <i>name</i>, read dispara una excepción.</p>

testzip	<p><code>z.testzip()</code></p> <p>Lee y revisa los ficheros en el archivo <code>z</code>. Devuelve una cadena con el nombre del primer miembro del archivo que se encuentra dañado, o <code>None</code> si el archivo está intacto.</p>
write	<p><code>z.write(filename, arcname=None, compress_type=None)</code></p> <p>Escribe el fichero nombrado por la cadena <code>filename</code> al archivo <code>z</code>, con nombre de archivo miembro <code>arcname</code>. Cuando <code>arcname</code> es <code>None</code>, <code>write</code> utiliza <code>filename</code> como nombre de archivo miembro. Cuando <code>compress_type</code> es <code>None</code>, <code>write</code> utiliza el tipo de compresión de <code>z</code>; de lo contrario, <code>compress_type</code> es <code>zipfile.ZIP_STORED</code> o <code>zipfile.ZIP_DEFLATED</code>, y especifica como comprimir el fichero. <code>z</code> debe abrirse para <code>'w'</code> o <code>'a'</code>.</p>
writestr	<p><code>z.writestr(zinfo, bytes)</code></p> <p><code>zinfo</code> debe ser una instancia de <code>ZipInfo</code> especificando al menos <code>filename</code> y <code>date_time</code>. <code>bytes</code> es una cadena de bytes. <code>writestr</code> añade un miembro al archivo <code>z</code> utilizando la metadata indicada por <code>zinfo</code> y los datos en <code>bytes</code>.</p> <p><code>z</code> debe ser abierto en modo <code>'w'</code> or <code>'a'</code>. Cuando se tienen datos en memoria y se requiere su escritura al archivo <code>z</code>, resulta más simple y rápido utilizar <code>z.writestr</code> en lugar de <code>z.write</code>. El último requiere que el programador escriba los datos primero a disco y luego elimine el fichero en disco. The following example shows both approaches, each encapsulated into a function and polymorphic to each other:</p> <pre> import zipfile import time import os def data_to_zip_direct(zip, datos, nombre): zinfo = zipfile.ZipInfo(nombre, time.localtime()[6]) zinfo.compress_type = zipfile.ZIP_DEFLATED zip.writestr(zinfo, datos) def data_to_zip_indirect(zip, datos, nombre): flob = open(nombre, 'wb') flob.write(datos) flob.close() zip.write(nombre) os.unlink(nombre) zf = zipfile.ZipFile('z.zip', 'w', zipfile.ZIP_DEFLATED) datos = 'sting \nand russlans\n.mp3\n' data_to_zip_direct(zf, datos, 'direct.txt') data_to_zip_indirect(zf, datos, 'indirect.txt') zf.close() </pre> <p>Además de ser más rápido y conciso, <code>data_to_zip_direct</code> es más fácil de manejar dado que trabaja en memoria y no requiere que el directorio actual de trabajo permita la escritura como sucede con <code>data_to_zip_indirect</code>. Por supuesto, el método <code>write</code> también tiene sus usos cuando se tienen los datos en un fichero en disco y simplemente desea añadir el fichero al archivo.</p>

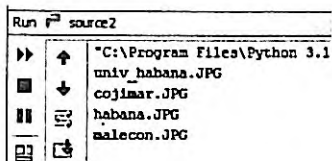
Considere ahora el siguiente fichero .zip.



El siguiente código realiza la lectura de los ficheros en el comprimido Archivo.zip.

```
import zipfile

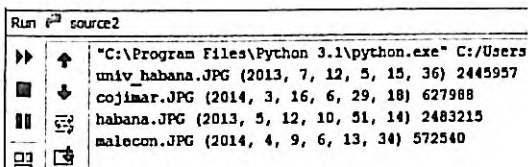
zip = zipfile.ZipFile('F://Archivo.zip')
for nombre in zip.namelist():
    print(nombre)
zip.close()
```



También se pudo haber utilizado `printdir()` para este propósito o el método `infolist()` que devuelve instancias de la clase `ZipInfo` con las propiedades detalladas previamente.

```
import zipfile

zip = zipfile.ZipFile('F://Archivo.zip')
for inf in zip.infolist():
    print(inf.filename, inf.date_time, inf.file_size)
zip.close()
```



En la próxima sección trataremos el procesamiento de ficheros correspondientes a otro formato de compresión bastante popular, el formato TAR.

6.5.2 Archivos Tar

El formato TAR por sí solo no es un formato de compresión y se utiliza con frecuencia en entornos UNIX para agrupar diferentes ficheros, directorios en un solo archivo. Su nombre proviene del uso para el que fue concebido: agrupar archivos en cintas magnéticas y de ahí su denominación completa Tape ARchiver. Suele utilizarse de conjunto con los compresores gzip, bzip2 o lzzip para obtener un archivo comprimido extensión tar.gz, tar.bz2 o tar.lz. A continuación se listan algunas de las clases, funciones que se incluyen en el módulo *tarfile* mediante el cual las distribuciones de Python brindan soporte al procesamiento de este tipo de archivos.

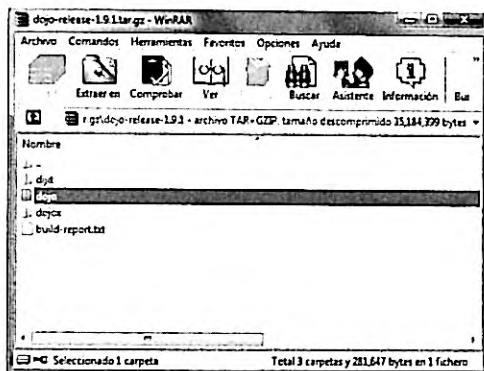
is_tarfile	<p><code>is_tarfile(filename)</code></p> <p>Devuelve <i>verdadero</i> si el fichero nombrado según la cadena <i>filename</i> parece ser un fichero TAR válido (quizás con compresión), juzgando por los primeros bytes; de lo contrario, devuelve <i>falso</i>.</p>
TarInfo	<p><code>class TarInfo(name="")</code></p> <p>Los métodos <code>getmember</code> y <code>getmembers</code> de instancias de <code>TarFile</code> devuelven instancias de <code>TarInfo</code>, suministrando información acerca de miembros del archivo. También es posible construir una instancia de <code>TarInfo</code> con el método de instancia de <code>TarFile</code> <code>gettarinfo</code>. Los atributos más útiles suministrados por una instancia de <code>TarInfo</code> <i>t</i> son:</p> <p><code>linkname</code> Una cadena que representa el nombre de fichero del objetivo si <i>t.type</i> es <code>LNKTYPE</code> o <code>SYMTYPE</code></p> <p><code>mode</code> Permisos y otros bits de modo del fichero identificado por <i>t</i></p> <p><code>mtime</code> Tiempo de la última modificación del fichero identificado por <i>t</i></p> <p><code>name</code> Nombre en el archivo del fichero identificado por <i>t</i></p> <p><code>size</code> Tamaño en bytes (descomprimido) del fichero identificado por <i>t</i></p> <p><code>type</code> Tipo de fichero, una de tantas constantes que representan atributos del módulo <i>tarfile</i> (<code>SYMTYPE</code> para enlaces simbólicos, <code>REGTYPE</code> para ficheros regulares, <code>DIRTYPE</code> para directorios, etc.)</p>

	<p>Para chequear el tipo de <i>t</i>, en lugar de realizar un llamado a <i>t.type</i>, es posible realizar llamados a los métodos de <i>t</i>. Los métodos más utilizados son:</p> <p><i>t.isdir()</i> Devuelve <i>verdadero</i> si el fichero es un directorio</p> <p><i>t.isfile()</i> Devuelve <i>verdadero</i> si el fichero es regular</p> <p><i>t.issym()</i> Devuelve <i>verdadero</i> si el fichero es un enlace simbólico</p>
open	<p><i>open(filename, mode='r', fileobj=None, bufsize=10240)</i> Crea y devuelve una instancia <i>f</i> de <i>TarFile</i> para leer o crear un fichero TAR mediante un objeto tipo fichero <i>fileobj</i>. Cuando <i>fileobj</i> es <i>None</i>, <i>filename</i> debe ser una cadena nombrando a un fichero; <i>open</i> abre el fichero teniendo en cuenta el modo definido que por defecto es 'r', y <i>f</i> envuelve al objeto fichero resultante. Un llamado a <i>f.close</i> no cierra <i>fileobj</i> si <i>f</i> fue abierto con un <i>fileobj</i> que no es <i>None</i>. Este comportamiento de <i>f.close</i> es significativo cuando <i>fileobj</i> es una instancia de <i>StringIO.StringIO</i>: es posible llamar a <i>fileobj.getvalue</i> luego de <i>f.close</i> para obtener los datos archivados y probablemente comprimidos como una cadena. Dicho comportamiento también implica que tiene que realizarse un llamado a <i>fileobj.close</i> explícitamente luego de llamar a <i>f.close</i>.</p> <p><i>mode</i> puede ser 'r', para leer un fichero TAR existente con cualquier compresión (en caso de existir); 'w', para escribir un nuevo fichero TAR o trunca y sobrescribir uno existente sin compresión o 'a' para añadir a un fichero TAR existente sin compresión. Para escribir a un fichero TAR con compresión, <i>mode</i> puede ser 'w:gz' para compresión gzip o 'w:bz2' para compresión bzip2. Las cadenas de modo especial 'r ' or 'w ' pueden emplearse para leer o escribir ficheros TAR no comprimidos, utilizando un buffer de <i>bufsize</i> bytes y 'r gz', 'r bz2', 'w gz', y 'w bz2' pueden emplearse para leer o escribir dichos ficheros con compresión.</p>
Una instancia <i>f</i> de <i>TarFile</i> suministra los siguientes métodos:	
add	<p><i>f.add(filepath, arcname=None, recursive=True)</i> Añade al archivo <i>f</i> el fichero nombrado por <i>filepath</i> (puede ser un fichero regular, un directorio o un enlace simbólico). Cuando <i>arcname</i> no es <i>None</i> es utilizado como el nombre del archivo miembro en lugar de <i>filepath</i>. Cuando <i>filepath</i> es un directorio, <i>add</i> añade recursivamente todo el subárbol del sistema de archivos con raíz en ese directorio a menos que se defina <i>recursive</i> como <i>False</i>.</p>

addfile	<p><i>f.addfile(tarinfo, fileobj=None)</i></p> <p>Añade al archivo <i>f</i> un miembro identificado por <i>tarinfo</i>, una instancia de <i>TarInfo</i> (los datos son los primeros <i>tarinfo.size</i> bytes del objeto tipo fichero <i>fileobj</i> considerando que <i>fileobj</i> no sea <i>None</i>).</p>
close	<p><i>f.close()</i></p> <p>Cierra el archivo <i>f</i>. Debe realizarse un llamado a <i>close</i> o de otra forma un fichero TAR incompleto e inutilizable puede ser lo que quede en disco. Esta finalización obligada tiene un mejor desempeño si se realiza mediante una sentencia <i>try/finally</i>.</p>
extract	<p><i>f.extract(member, path='.')</i></p> <p>Extrae el archivo miembro especificado por <i>member</i> (un nombre o una instancia de <i>TarInfo</i>) en un fichero correspondiente del directorio <i>path</i> (de manera predeterminada el directorio actual).</p>
extractfile	<p><i>f.extractfile(member)</i></p> <p>Extrae el archivo miembro especificado por <i>member</i> (un nombre o una instancia de <i>TarInfo</i>) y devuelve un objeto de tipo fichero y de solo lectura con métodos <i>read</i>, <i>readline</i>, <i>readlines</i>, <i>seek</i>, y <i>tell</i>.</p>
getmember	<p><i>f.getmember(name)</i></p> <p>Devuelve una instancia de <i>TarInfo</i> con información sobre el archivo miembro especificado por <i>name</i>.</p>
getmembers	<p><i>f.getmembers()</i></p> <p>Devuelve una lista de instancias de <i>TarInfo</i>, una por cada miembro en archivo <i>f</i>, en el mismo orden de las entradas en el propio archivo.</p>
getnames	<p><i>f.getnames()</i></p> <p>Devuelve una lista de cadenas, los nombres de cada miembro en el archivo <i>f</i>, en el mismo orden de las entradas en el propio archivo.</p>
gettarinfo	<p><i>f.gettarinfo(name=None, arcname=None, fileobj=None)</i></p> <p>Devuelve una instancia de <i>TarInfo</i> con información acerca del objeto abierto <i>fileobj</i>, si no es <i>None</i> o de lo contrario el fichero cuyo camino se encuentra definido por la cadena <i>name</i>. Cuando <i>arcname</i> no es <i>None</i>, es utilizado como el atributo <i>name</i> de la instancia <i>TarInfo</i> resultante.</p>

list	<p><code>f.list(verbose=true)</code></p> <p>Ofrece como salida un directorio textual del archivo <i>f</i> al fichero <code>sys.stdout</code>. Si el argument opcional <i>verbose</i> es <code>False</code>, ofrece como salida solamente los nombres de los miembros del archivo.</p>
------	---

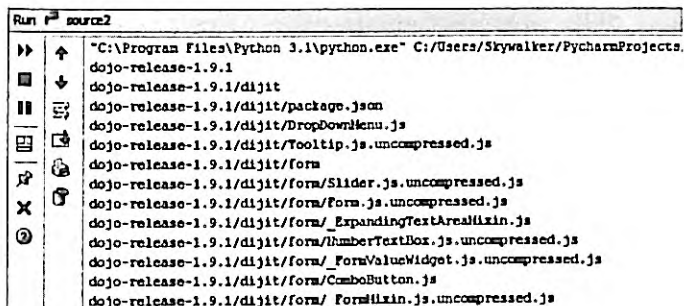
Para mostrar un código que ejemplifique el uso del módulo *tarfile* primero considere un *.tar* como el siguiente:



El próximo ejemplo utiliza el método `getnames()` para obtener los nombres de los miembros del archivo anterior.

```
import tarfile

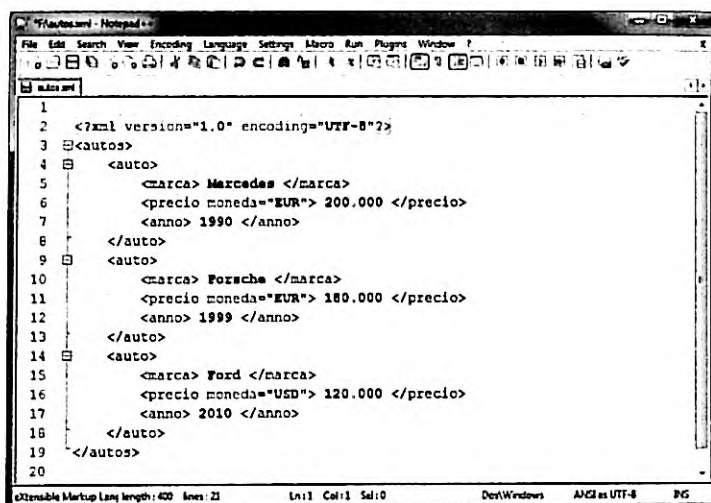
tar = tarfile.open('F://dojo-release-1.9.1.tar.gz')
for inf in tar.getnames():
    print(inf)
tar.close()
```



En el próximo capítulo se describirán numerosos algoritmos y estructuras de datos que implementados en Python pueden contribuir a comprender mejor tópicos que se adentran en el campo del diseño y análisis de algoritmos.

Ejercicios del capítulo

1. Considere un documento XML como el que se muestra a continuación



Realice el procesamiento de las etiquetas *anno*, imprimiendo su correspondiente valor.

2. Considere la siguiente página HTML:

```

<head>
  <title> Ejercicio </title>
  <link href="bootstrap.css" rel="stylesheet" media=
    "screen" type="text/css">
</head>
<body>
  <div class="container" style="width:100px">
     <br> <br>
     <br> <br>
     <br>
  </div>
</body>

```

Realice un procesamiento del documento mediante el cual modifique el *src* de cada imagen. La página que resulta del código anterior se observa a continuación:



3. Considere un documento XML como el siguiente:

```

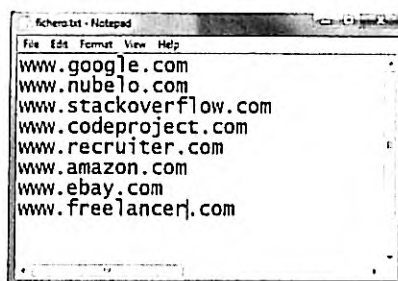
1 <?xml version="1.0" encoding="windows-1252" ?>
2 <comunidades>
3   <comunidad abreviatura="CYL">
4     <nombre>Castilla y León</nombre>
5     <ciudad habitantes="175000">Salamanca</ciudad>
6     <ciudad habitantes="136000">León</ciudad>
7     <ciudad habitantes="150000">Burgos</ciudad>
8     <ciudad habitantes="450000">Valladolid</ciudad>
9     <ciudad habitantes="75000">Zamora</ciudad>
10    <ciudad habitantes="74000">Ávila</ciudad>
11    <ciudad habitantes="64000">Soria</ciudad>
12    <ciudad habitantes="100000">Palencia</ciudad>
13  </comunidad>
14  <comunidad abreviatura="EXTA">
15    <nombre>Extremadura</nombre>
16    <ciudad habitantes="175000">Cáceres</ciudad>
17    <ciudad habitantes="256000">Badajoz</ciudad>
18  </comunidad>
19  <comunidad abreviatura="GAL">
20    <nombre>Galicia</nombre>
21    <ciudad habitantes="575000">La Coruña</ciudad>
22    <ciudad habitantes="100000">Lugo</ciudad>
23    <ciudad habitantes="80000">Pontvedra</ciudad>
24    <ciudad habitantes="96000">Orense</ciudad>
25  </comunidad>
26  <comunidad abreviatura="AST">
27    <nombre>Asturias</nombre>
28    <ciudad habitantes="375000">Oviedo</ciudad>
29    <ciudad habitantes="200000">Gijón</ciudad>
30  </comunidad>
31 </comunidades>

```

length: 1374 lines: 31 ln:1 col:1 sel:0 Doc: Windows UTF-8 BOM

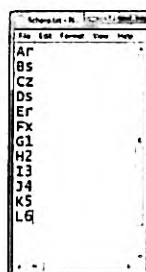
Cree una clase *comunidad*, otra *ciudad* y recree la estructura arbórea del XML en una lista de comunidades.

4. Procese un fichero de texto plano como el siguiente:

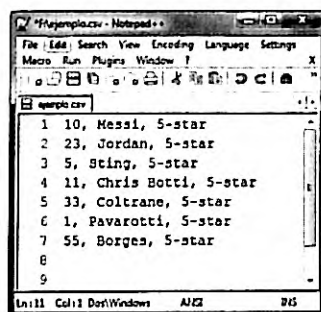


El fichero debe contener una lista de urls, una por cada línea y se debe crear una función que genere otro fichero como el primero pero con un conjunto de urls eliminadas según una lista llamada *prohibidos* que se suministra a la función como argumento.

5. Escriba en no más de dos líneas un código que genere un fichero de texto como el que se puede apreciar en la siguiente imagen:



6. Procese un CSV como el siguiente:



El procesamiento consiste en crear una lista de objetos de una clase *Persona* con los atributos: número, nombre y calificación. También debe imprimirse el nombre de cada persona hallada en el CSV.

CAPÍTULO 7.

Estructuras de datos y algoritmos

En este capítulo se describirán algunas de las estructuras de datos más conocidas y sus posibles implementaciones en Python. De igual modo se describirán diferentes algoritmos de ordenamiento, de grafos y de naturaleza matemática que pueden servir al lector para consolidar los conocimientos adquiridos hasta el momento.

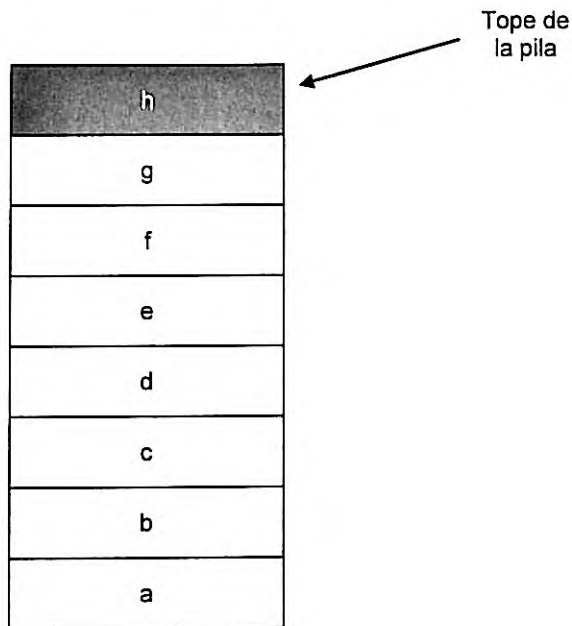
7.1 Estructuras de datos

Una estructura de datos es una forma de estructurar e interrelacionar un conjunto de datos definiendo además sobre estos un conjunto de operaciones. Uno de los grandes beneficios que puede ofrecer una estructura de datos es la mejora en el tiempo de ejecución y por ende en la complejidad temporal de un algoritmo. Conociendo distintas estructuras de datos, el programador puede decidir cuál utilizar en un determinado momento logrando una simplificación en sus tareas dado que la estructura de datos puede contener entre sus operaciones muchas que resten trabajo al desarrollador y otorguen mejoras temporales a los algoritmos involucrados. Entre las estructuras de datos más populares se encuentran las matrices, pilas, colas, listas, listas enlazadas, conjuntos, grafos (incluye árboles) y las tablas de *hash*, muchas de estas serán analizadas a lo largo de este capítulo.

7.1.1 Pilas

Una pila como estructura de datos funciona exactamente cómo funcionaría un conjunto de objetos superpuestos verticalmente en la vida real. Precizando la analogía, considere que se cuenta con un conjunto de elementos donde el primero que se adquiere siempre es el último en ubicarse en una pila y donde siempre se ubica uno nuevo en el tope de la pila. Esta estructura tiene un mecanismo de acceso LIFO (del inglés Last in First Out) o 'el último en llegar es el primero en salir'. Las operaciones distintivas que se le asocian son `pop()` para

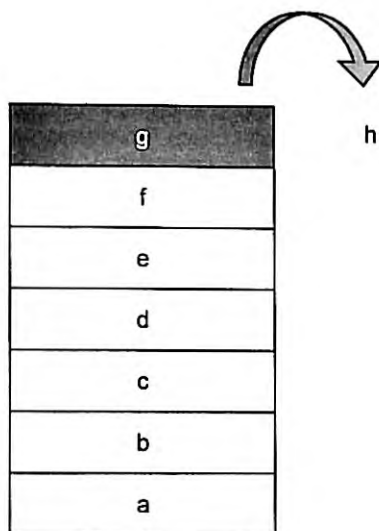
sacar el elemento en el tope de la pila y `push()` para empujar un elemento en el tope. Cada vez que se realiza una operación `push()` la pila aumenta de tamaño y el tope se modifica siendo ahora el elemento añadido. Lo mismo sucede cuando se realiza una operación `pop()`, solo que en estos casos el nuevo tope será el objeto debajo del elemento removido, generalmente la operación `pop()` retorna el objeto desapilado. Otra operación que suele implementarse en una pila es `peek()` que devuelve el elemento que constituye el tope de la pila. A continuación se presenta un esquema genérico de una pila.



Donde *a, b, c, d, e, f, g, h* son todos elementos de la pila siendo *h* el tope de la misma. Las operaciones descritas previamente sobre la pila del esquema anterior tendrían los siguientes resultados:

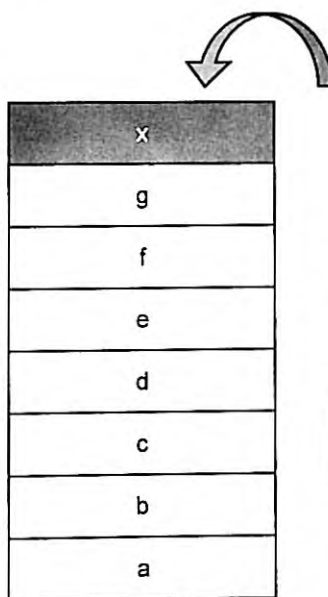
- `Peek() = h`
- `Pop() = h`

Luego de hacer `pop()` el esquema quedaría como se observa a continuación:



- **Push(x)**

Después de apilar el elemento x, el esquema quedaría de la siguiente forma:



Finalmente para implementar la estructura de datos en Python se crea una clase *pila* que contenga los métodos descritos previamente. Para ello se emplea la técnica de extensión de tipos por inclusión que fue descrita en el capítulo 3 y fue ejemplificada mediante la creación de una clase donde todas las operaciones se llevaban a cabo sobre una lista que era tomada o incluida como atributo y que almacenaba los elementos de la colección. Procedimiento similar se adopta para crear la clase *pila* que se observa a continuación:

```
class pila:

    elems = []

    def __init__(self):
        self.elems = []

    def fcantidad(self):
        return len(self.elems)

    def apila(self, x):
        self.elems.append(x)

    def desapila(self):
        return self.elems.pop()

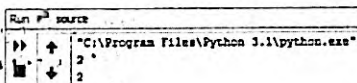
    def ftope(self):
        return self.elems[-1]

    tope = property(fget = ftope)
    cantidad = property(fget = fcantidad)

p = pila()

p.apila(1)
p.apila(2)
p.apila(3)
p.desapila()

print(p.tope)
print(p.cantidad)
```



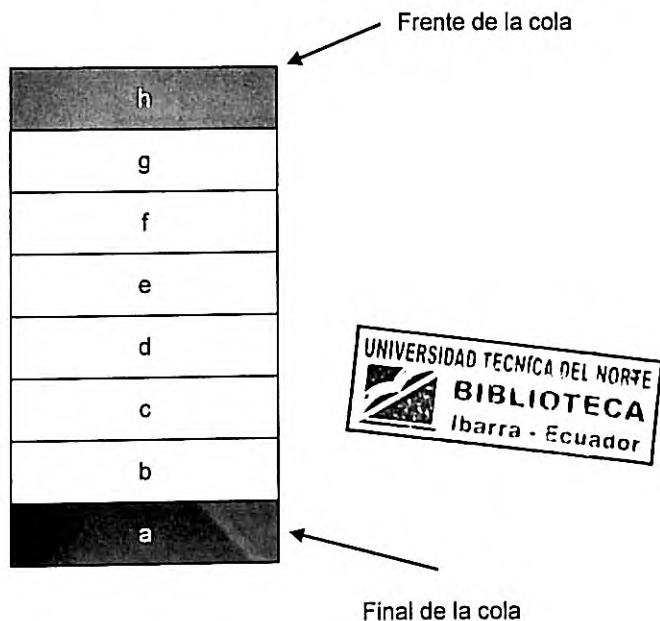
Recuerde el lector que una expresión como $x[-1]$ donde x es una secuencia retorna el último elemento de x lo cual explica el código de la función *ftope()*. Se recomienda que a modo de ejercicio el lector implemente la clase anterior pero añadiendo mecanismos de protección contra errores, como por ejemplo velar por que no se intente desapilar de una pila vacía.

La pila es probablemente una de las estructuras de datos más utilizadas en el ámbito de la programación. La utilizamos inconscientemente cuando definimos algoritmos recursivos dado que los lenguajes de programación implementan este mecanismo mediante una pila que almacena los llamados recursivos. También se utiliza en la evaluación de expresiones en notación posfija y probablemente varias de las ideas que la sostienen las empleemos en diferentes programas con bastante frecuencia.

En la próxima sección analizaremos una estructura de datos conocida como cola que cuenta con un funcionamiento similar al de la pila pero considerando un mecanismo de acceso diferente.

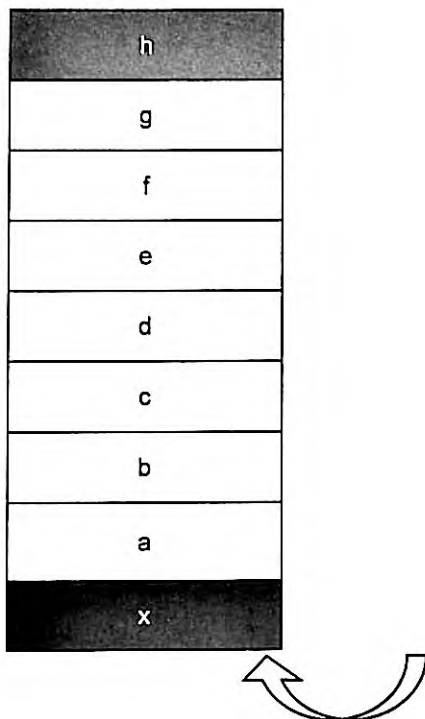
7.1.2 Colas

Al igual que sucede con la pila, una cola en programación encuentra una analogía casi perfecta con lo que sería una cola en el mundo real. Entrando en detalle, puede considerarse que una cola es un conjunto de objetos que se ubican uno a continuación del otro y donde el orden de acceso a estos es lineal, es decir, se hallan ordenados por orden de llegada o según el tiempo que han permanecido encolados, siendo el primero el objeto que más tiempo ha pasado en la cola. En este sentido las colas son tomadas como estructuras FIFO (del inglés *First In First Out*) o 'el primero en salir es el primero en llegar'. Las operaciones básicas en una cola son encolar un elemento, que se traduce en ubicar al nuevo elemento al final de la cola, y desencolar, que extrae y devuelve el primer elemento de la cola. También es posible solicitar dicho elemento mediante la operación front(). A continuación se puede observar el esquema de una pila.

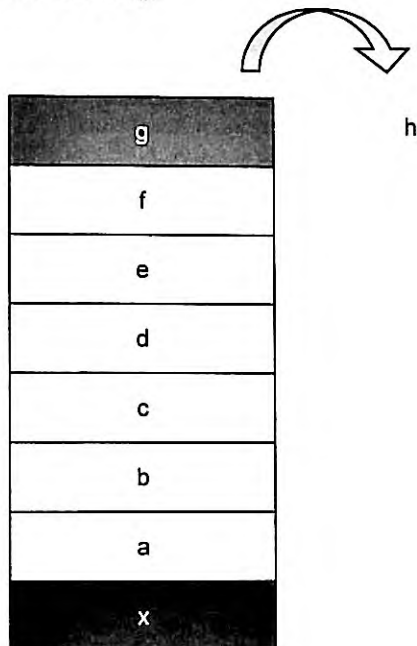


Fíjese el lector en que el diagrama anterior es equivalente al de una pila, esto es porque la diferencia entre una pila y una cola no reside esencialmente en la estructura que dan a los datos sino en las operaciones que realizan sobre ellos. La estructura empleada en ambos casos es la misma, un arreglo o lista de elementos. Las operaciones básicas sobre esta cola tendrían los siguientes resultados:

- `Front() = h`
- `Queue(x)` o `encolar(x)`.



- Dequeue() o desencolar().



La implementación de esta estructura de datos se realiza a través de la clase pila según se aprecia en el siguiente código:

```
class cola:

    elems = []

    def __init__(self):
        self.elems = []

    def encola(self,x):
        self.elems.append(x)

    def desencola(self):
        if self.cantidad > 0:
            self.elems.pop(0)

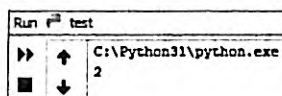
    def fcantidad(self):
        return len(self.elems)
```



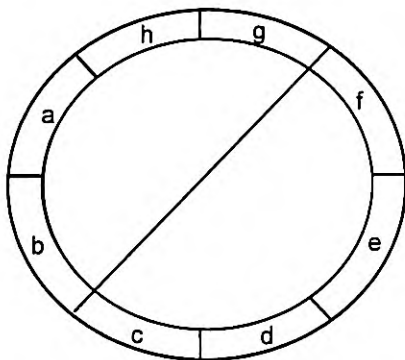
```
def fprimero(self):
    if self.cantidad > 0:
        return self.elems[0]

primero = property(fget = fprimero)
cantidad = property(fget = fcantidad)

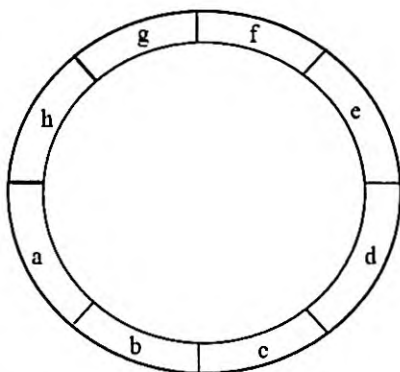
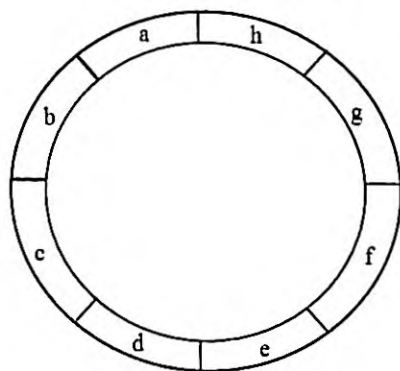
c = cola()
c.encola(1)
c.encola(2)
c.encola(3)
c.encola(4)
c.encola(5)
c.desencola()
print(c.primero)
```



Actualmente existen algunas variaciones de la cola tradicional, una de estas variaciones es la cola circular en la que cada elemento cuenta con dos vecinos (antecesor y sucesor) a diferencia de la cola tradicional en la que ni el elemento frente ni el elemento final cuentan con más de un vecino. El próximo esquema ilustra la estructura de una cola circular.

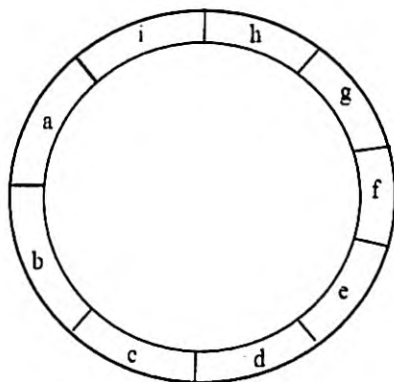


La cola del esquema tiene al elemento *a* por principio y al elemento *h* por final. Observe que la propia estructura circular hace que cada elemento necesariamente tenga dos vecinos. En este tipo de cola es posible añadir, eliminar elementos y realizar rotaciones teniendo en cuenta que existe una posición que se prefija de antemano y en la que se considera estará el elemento frente. En los siguientes esquemas se han realizado rotaciones a la derecha y a la izquierda respectivamente.

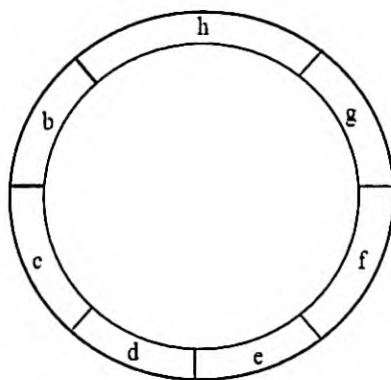


Para añadir un elemento este se ubica siempre al final de la cola, o sea, a continuación del primer elemento de forma tal que su vecino derecho sea el antiguo final de cola. La eliminación por teoría ocurre siempre en el frente y cuando se elimina dicho elemento el que le sigue pasa a ser el nuevo frente. Los siguientes esquemas muestran la adición del elemento *i* y la eliminación del frente, para ello se ha tomado como base el primer esquema de cola circular que se ha mostrado en esta sección.

Luego de insertar el elemento *i*.



Al eliminar el frente.



La implementación en Python de la clase `cola_circular` sería la siguiente:

```
class cola_circular (cola):  
  
    def __init__(self):  
        super().__init__()  
  
    def rotacion_derecha(self):  
        if len(self.elems) <= 1: return
```

```

    antecesor = self.elems[-1]
    for i in range(len(self.elems)):
        temp = self.elems[i]
        self.elems[i] = antecesor
        antecesor = temp

def rotacion_izquierda(self):
    if len(self.elems) <= 1: return

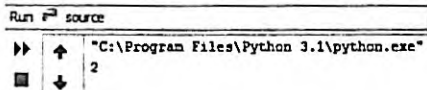
    antecesor = self.elems[0]
    for i in range(len(self.elems)-1, -1, -1):
        temp = self.elems[i]
        self.elems[i] = antecesor
        antecesor = temp

c = cola_circular()
c.encola(1)
c.encola(2)
c.encola(3)
c.encola(4)
c.encola(5)

c.rotacion_izquierda()

print(c.primeros)

```



El método `rotacion_derecha` almacena el valor del elemento que antecede al actual según indica el ciclo que se realiza e intercambia el valor del antecesor para la posición actual consiguiendo así un desplazamiento a la derecha para cada elemento de la cola. El otro método, `rotacion_izquierda` realiza un procedimiento similar pero ejecutando el ciclo de atrás hacia delante, o sea, desde la última posición hasta la primera en la cola.

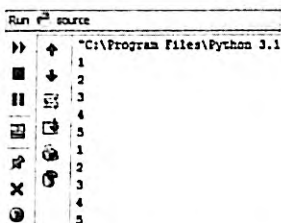
Una facilidad que puede añadirse a la clase anterior es un método generador que permita realizar iteraciones sobre la lista una cantidad de veces definida por un valor vueltas que recibiría el método como argumento. La implementación de este generador se muestra a continuación:

```

def elementos(self, vueltas):
    i = 0
    v = 0
    while 1:
        yield self.elems[i]
        i+=1
        if i is self.cantidad:
            i = 0
            v+=1
            if v is vueltas: return

```

```
for e in c.elementos(2):
    print(e)
```



La última variación de la cola tradicional que se estudiará en este libro es la cola con prioridad en la que se asocia un valor prioritario a cada elemento de la colección. Las colas con prioridad se encuentran fácilmente en la vida real, por ejemplo, en un almacén en el que los diferentes productos que llegan deben acomodarse con preferencia antes que otros por sus características particulares; o en un hospital, donde los pacientes deben ser atendidos según la gravedad de la enfermedad con que lleguen a urgencias. En la implementación de una cola con prioridad es necesario que cada elemento incorpore un valor de prioridad para conocer el orden que llevarán los elementos de la estructura, dicho valor suele ser un número entero y aquellos elementos que tengan los mayores valores aparecerán al principio de la cola. A continuación se muestra el esquema de una cola con prioridad.

h (10)
g (7)
f (6)
e (5)
d (5)
c (4)
b (2)
a (0)

Para añadir un elemento a esta estructura sería necesario encontrar su posición según la prioridad que este defina. Por ejemplo, la cola del esquema luego de insertar x con prioridad 3 quedaría de la siguiente forma.

h (10)
g (7)
f (6)
e (5)
d (5)
c (4)
x(3)
b (2)
a (0)

Dado que se supone que la cola se ha de mantener ordenada luego de cada inserción, entonces la eliminación se realiza del mismo modo que se lleva a cabo en una cola tradicional.

Para apoyar la implementación y obtener un código más expresivo se ha creado la clase elemento que contiene un atributo valor y otro prioridad. De esta forma la clase cola_prioridad contiene una lista de elementos como pares valor, prioridad.

```
class elemento:

    prioridad = 0
    valor = None

    def __init__(self, v, p):
        self.prioridad = p
        self.valor = v

    def __str__(self):
        return "(p=" + str(self.prioridad) + \
            ", " + "v=" + str(self.valor) + ")"
```

```

class cola_prioridad (cola):

    def __init__(self):
        super().__init__()

    def encola(self, x):
        posicion = self.__index_mayor_elem(x)
        self.elems.insert(posicion, x)

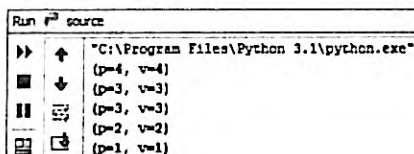
    def __index_mayor_elem(self, x):
        posicion = 0
        for i in range(self.cantidad):
            if self.elems[i].prioridad < x.prioridad:
                break
            posicion += 1
        return posicion

cprioridad = cola_prioridad()
e1 = elemento(1,1)
e2 = elemento(2,2)
e3 = elemento(3,3)
e4 = elemento(4,4)

cprioridad.encola(e2)
cprioridad.encola(e3)
cprioridad.encola(e3)
cprioridad.encola(e4)
cprioridad.encola(e1)

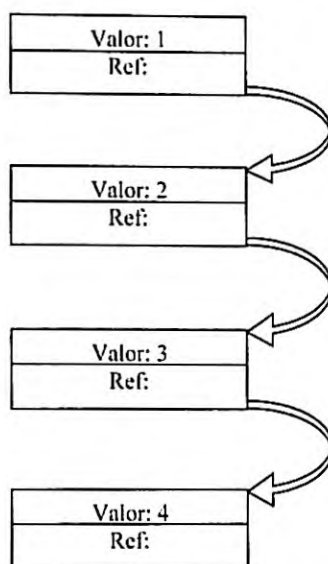
for e in cprioridad.elems:
    print(e)

```

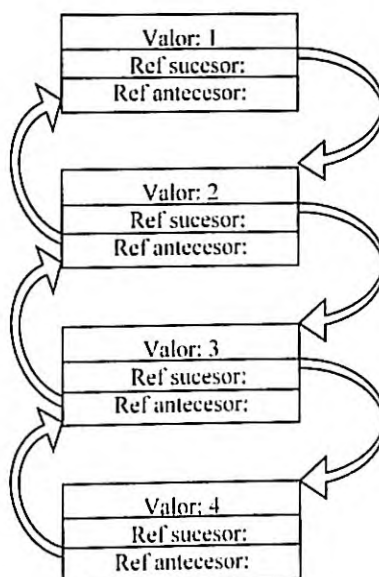


7.1.3 Listas enlazadas

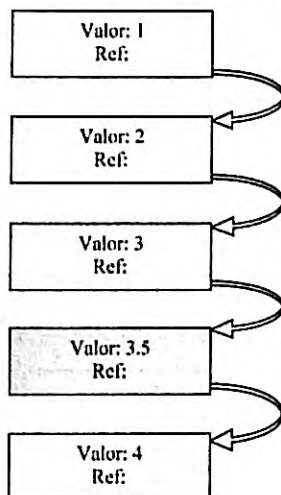
Las listas enlazadas son estructuras de datos constituidas por un conjunto de nodos que se conectan de manera lineal por medio de referencias (los enlaces son referencias) y donde cada nodo contiene no solo referencias a su antecesor y al próximo nodo en la lista sino que también almacena cualquier valor que se le defina. Se dice que las listas enlazadas al igual que los árboles (estructura que se estudiará próximamente) son tipos de datos autorreferenciados debido a que los nodos que la componen contienen referencias a otros nodos, todos del mismo tipo. Entre los tipos de listas enlazadas más conocidos se encuentran las simples y las doblemente conectadas. El siguiente esquema representa una lista enlazada simple.



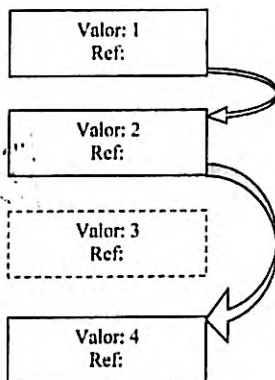
En una lista doblemente conectada cada nodo tiene referencias a su sucesor y a su antecesor.



Uno de los grandes beneficios que ofrecen las listas enlazadas es que permiten realizar inserciones y eliminaciones en un tiempo constante, dicho de otra forma, el tiempo computacional que conllevan estas operaciones en la estructura es insignificante. Por ejemplo, para realizar la inserción de un nodo x simplemente se coloca la referencia de su antecesor apuntando a x y luego la referencia de x apuntando al sucesor del actual antecesor de x . La eliminación del nodo x solo requiere que la referencia a su antecesor ahora apunte a su sucesor de manera tal que el nodo no pertenezca a la secuencia lineal que define la lista enlazada. Una posible desventaja a destacar en esta estructura de datos es que la búsqueda generalmente debe realizarse en tiempo lineal, o sea, en el peor caso deben recorrerse todos los elementos para encontrar un nodo en particular. Estas situaciones pueden apreciarse en el siguiente ejemplo en el que se inserta entre los nodos con valores 3, 4 del esquema previo un nodo con valor 3.5 y luego se elimina el nodo 3.



Luego de llevar a cabo la eliminación del nodo 3 el esquema quedaría de la siguiente forma:



Observe que en el caso de la eliminación el nodo no es borrado instantáneamente de memoria sino que deja de ser referenciado. Si tenemos en cuenta que Python es un lenguaje con gestión automática de memoria, más tarde el recolector de basura se encargará de liberar la memoria que ocupa el nodo, que luego de la operación de eliminación ha dejado de ser referenciado. La implementación en Python de esta estructura se apoya en el tipo nodo que representa su elemento constituyente.

```
class nodo:

    _valor = None
    _proximo = None

    def __init__(self, v, p = None):
        self._valor = v
        self._proximo = p

    def _damevalor(self):
        return self._valor

    def _definevalor(self, v):
        self._valor = v

    def _dameproximo(self):
        return self._proximo

    def _defineproximo(self, v):
        self._proximo = v

    valor = property(fget=_damevalor,
                     fset=_definevalor)
    proximo = property(fget=_dameproximo,
                       fset=_defineproximo)
```

De este modo una lista enlazada es una cadena de referencias de tipos nodos con diferentes operaciones definidas.

```
class lista_enlazada:

    _primero = None
    _ultimo = None
    _cantidad = 0

    def __init__(self, v):
        self._primero = nodo(v)
        self._ultimo = self._primero
        self._cantidad += 1
```



```

def _damecantidad(self):
    return self._cantidad

def añadir(self, x):
    nuevo = nodo(x)
    self._ultimo.proximo = nuevo
    self._ultimo = nuevo
    self._cantidad += 1

def insertar(self, x, pos):
    if pos < 0 or pos > self.cantidad:
        raise Exception('pos '
                        'fuera de rango')
    actual = self._primero
    nuevo = nodo(x)
    if pos is 0:
        nuevo.proximo = self._primero
        self._primero = nuevo
    else:
        i = 0
        while i < pos - 1:
            actual = actual.proximo
            i += 1
        temp = actual.proximo
        actual.proximo = nuevo
        nuevo.proximo = temp
        if pos is self.cantidad:
            self._ultimo = nuevo
        self._cantidad += 1

def posicion(self, x):
    temp = self._primero
    i = 0
    while 1:
        if temp.valor is x:
            return i
        if temp.proximo is None:
            return -1
        i += 1
        temp = temp.proximo

```

```

def eliminar(self, x):
    posicion = self.posicion(x)
    if posicion is -1: return None
    if posicion is 0:
        self._primero = self._primero.proximo
    else:
        actual = self._primero
        i = 0
        while i < posicion - 1:
            actual = actual._proximo
            i+=1
        actual.proximo = actual.proximo.proximo
        if posicion is self.cantidad - 1:
            self._ultimo = actual
        self._cantidad -= 1

def elementos(self):
    actual = self._primero
    while actual is not None:
        yield actual._valor
        actual = actual.proximo

cantidad = property(fget = _damecantidad)

l = lista_enlazada(l)
l.añadir(2)
l.añadir(3)
l.insertar(2.3,2)
l.eliminar(3)

for e in l.elementos():
    print('elemento',e)

print("cantidad",l.cantidad)

```

```

Run source
>> "C:\Program Files\Python 3.1\python.exe"
elemento 1
elemento 2
elemento 2.3
cantidad 3

```

Entre las operaciones que se han definido en la clase `lista_enlazada` se encuentran: la adición, que consiste simplemente en hacer que la referencia del último elemento de la lista apunte al nuevo nodo, la inserción, descrita en esquemas anteriores, la eliminación que en este caso elimina el primer nodo cuyo valor coincida con el valor suministrado como argumento, posición que actúa como un método de búsqueda retornando la posición en la lista del nodo con valor `x` o `-1`

en caso de que no exista ningún nodo con este valor. Finalmente se ha creado una función generadora para recorrer los elementos de la lista.

Para implementar una lista enlazada cada elemento debe tener dos referencias, una que apunte a su antecesor y otra a su sucesor, de este modo la clase nodo quedaría de la siguiente forma:

```
class nodo:

    _valor = None
    _proximo = None
    _anterior = None

    def __init__(self, v, p = None):
        self._valor = v
        self._proximo = p

    def _damevalor(self):
        return self._valor

    def _definevalor(self, v):
        self._valor = v

    def _dameproximo(self):
        return self._proximo

    def _defineproximo(self, v):
        self._proximo = v

    def _dameantecesor(self):
        return self._anterior

    def _defineantecesor(self, v):
        self._anterior = v

    valor = property(fget=_damevalor,
                     fset = _definevalor)
    proximo = property(fget=_dameproximo,
                       fset = _defineproximo)
    anterior = property(fget=_dameantecesor,
                        fset = _defineantecesor)
```

La clase lista_enlazada_doble hereda lógicamente de la clase lista_enlazada (analizada previamente) pues estas comparten diferentes atributos (cantidad, añadir, insertar, etc.) bajo el mismo código.

```
class lista_enlazada_doble(lista_enlazada):
```

```
    def __init__(self, v):
        super().__init__(v)
```

```
    def añadir(self, x):
        temp = self._ultimo
        # Aprovechamos el código del padre
        super().añadir(x)
        self._ultimo._anterior = temp
```

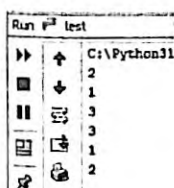
```
    def insertar(self, x, pos):
        super().insertar(x, pos)
        i = 0
        actual = self._primero
        while i < pos - 1:
            actual = actual.proximo
            i += 1
        actual.proximo._anterior = actual
```

```
    def elementos_reverso(self):
        actual = self._ultimo
        while actual is not None:
            yield actual._valor
            actual = actual._anterior
```

```
l = lista_enlazada_doble(1)
l.insertar(2, 0)
l.añadir(3)
```

```
for e in l.elementos():
    print(e)
```

```
for e in l.elementos_reverso():
    print(e)
```



Fíjese en que haciendo uso de la herencia se ha reutilizado el código de la clase *padre* (*lista_enlazada*) para que los métodos añadir e insertar sean muchos más compactos y elegantes. La operación de eliminación se deja al lector como ejercicio, también se deja la programación de un mecanismo de control de errores que garantice que la información suministrada como argumento sea la correcta de acuerdo a los requisitos del programador.

7.1.4 Listas ordenadas

Las listas ordenadas son estructuras de datos muy similares a las listas tradicionales pero con la particularidad de que los elementos siempre se mantienen en orden. Las operaciones como la adición y la eliminación velan porque este orden se mantenga. A continuación se muestra un esquema de una lista ordenada:

1
2
5
7
11
13

Observe el lector que este esquema corresponde al de una lista clásica pero con la característica de garantía de orden que existe entre sus elementos y que la lista tradicional no proporciona.

La implementación de una lista ordenada en Python se observa a continuación:

```
class lista_ordenada:
    _elems = []

    def __init__(self, elems = []):
        self._elems = elems

    def _cantidad(self):
        return len(self._elems)

    def _elementos(self):
        return self._elems
```

```

def añadir(self, v):
    if self.cantidad is 0\
    or \
    self.cmp(v, self._elems
    [self.cantidad -1]) > 0:
        self._elems.append(v)
    else:
        for i in range(len(self._elems)):
            if self.cmp(self._elems[i],v) > 0:
                self._elems.insert(i,v)
                break

def elimina(self, v):
    try:
        i = self._elems.index(v)
    except:
        return None
    if self.cantidad > i >= 0:
        self._elems.pop(i)

def cmp(self, x , y):
    if x >= y:
        return 1
    else:
        return -1

cantidad = property(fget = _cantidad)
elementos = property(fget = _elementos)

```

El método cmp se ha creado con la intención de facilitar la definición de cualquier función de comparación que se requiera en correspondencia con el tipo de dato o la lógica que se esté implementando. De este modo cmp proporciona diferentes vías para personalizar la clase lista_ordenada y para hacerlo de una forma transparente y elegante, simplemente implementando la lógica que seguirá la comparación de los elementos de la lista.

```

l = lista_ordenada()

l.añadir(2)
l.añadir(1)
l.añadir(-1)
l.añadir(0)
l.elimina(0)

for e in l.elementos:
    print(e)

```

Run test	
»	C:\Python31\python
■	-1
■	1
■	2

En la lista anterior los elementos se ordenan de menor a mayor. Para realizar el ordenamiento en orden inverso (de mayor a menor) solo sería necesario modificar el método `cmp` de la siguiente manera:

```
def cmp(self, x, y):
    if x < y:
        return 1
    else:
        return -1
```

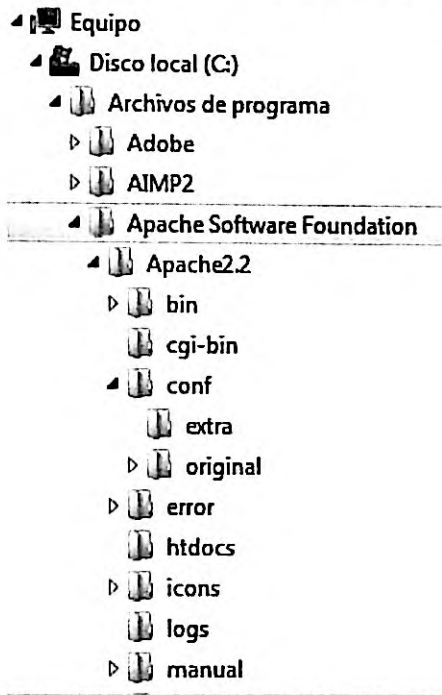
```
1. añadir (2)
1. añadir (3)
1. añadir (-3)
1. añadir (22)
1. añadir (23)
1. añadir (-1)
1. añadir (0)
```

Run test	
»	C:\Python31\python
■	23
■	22
■	3
■	2
■	0
■	-1
■	-3

En la próxima sección se comenzará el estudio de una de las estructuras de datos más importantes en el área de las Ciencias de la Computación, una estructura que ha encontrado aplicaciones en disímiles ramas y que en la actualidad es empleada en muchos de los sistemas que utilizamos diariamente. Esta estructura es el árbol.

7.1.5 Árboles

Los árboles son estructuras de datos jerárquicas y autoreferenciadas que se emplean con mucha frecuencia en el desarrollo de aplicaciones. Quizás el ejemplo más conocido de su uso sea en el directorio de carpetas y ficheros de Microsoft Windows, donde claramente existe un orden de pertenencia pues una carpeta llamada Archivos de programa puede contener y ser padre de distintas subcarpetas (Adobe, AIMP2, etc.).



Un árbol es un caso particular de una estructura conocida como grafo, que es mucho más general y no cuenta necesariamente con las características de un árbol, de manera que puede decirse que todo árbol es un grafo pero no todo grafo es un árbol. Sus particularidades principales son las siguientes:

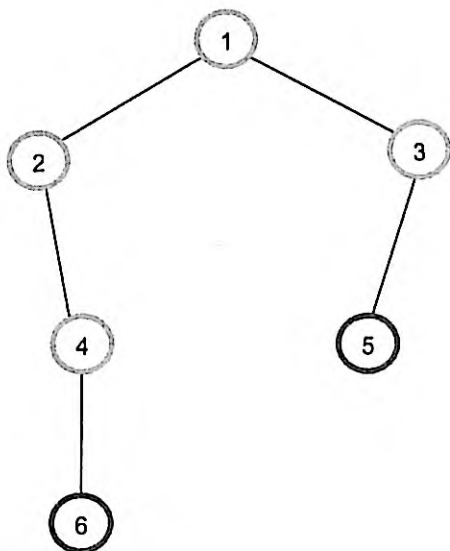
- Si el árbol tiene n nodos entonces tiene $n - 1$ aristas o uniones.
- Un árbol no puede tener ciclos.

Formalmente, un árbol es un par $\langle V, A \rangle$ donde V es el conjunto de vértices o nodos y A es el conjunto de aristas o uniones. Una arista es a su vez un par $\langle a, b \rangle$ donde a y b son vértices que pertenecen a V . En caso de contar con el siguiente árbol:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$$

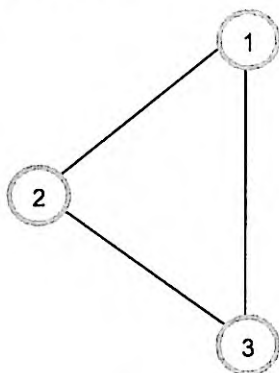
Su representación gráfica sería la siguiente:



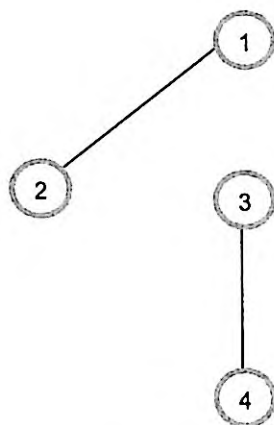
Los vértices 5, 6 que no tienen hijos se conocen como hojas.

Un camino en un grafo es una secuencia de vértices tal que dos vértices consecutivos en la secuencia se hallan conectados por una arista. Por ejemplo, un único camino entre los vértices 6 y 5 del árbol anterior sería 6, 4, 2, 1, 3, 5. Un camino como 6, 4, 3, 5 no sería válido dado que no existe arista entre 4 y 3.

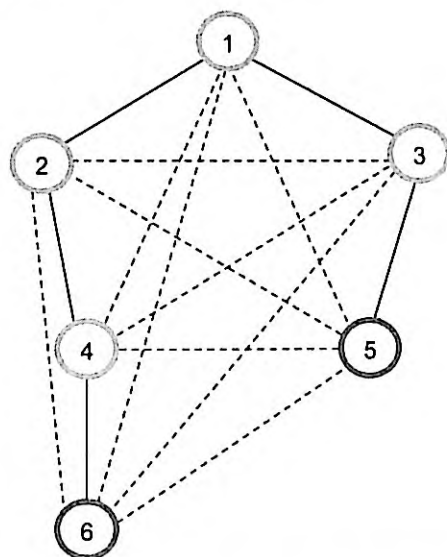
Un ciclo es un camino que comienza y termina en el mismo vértice. La siguiente figura muestra un grafo que contiene el ciclo 1, 2, 3, 1.



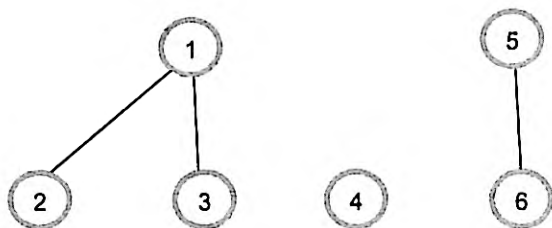
Un requisito implícito que cumple todo árbol es el hecho de ser conexo. Se dice que un grafo es conexo cuando existe camino entre todo par de vértices. La siguiente figura muestra un grafo no conexo:



Un grafo se dice acíclico cuando no contiene ningún ciclo. Los árboles son grafos acíclicos y la adición de una arista cualquiera provocará que se cree un ciclo, el lector puede comprobarlo si se añade una arista al primer árbol presentado en esta sección.

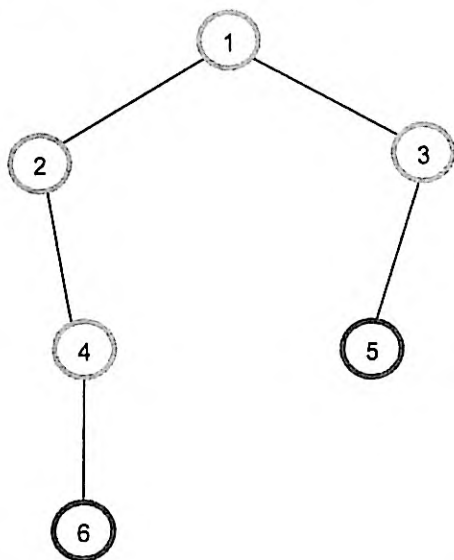


Cuando se cuenta con un grafo que tiene varios árboles independientes o no conexos se dice que se está en presencia de un bosque. Definiéndolo de otra forma un bosque es un conjunto de árboles. A continuación se ilustra un ejemplo:



Se conoce como grado de un vértice v a la cantidad de aristas que tienen como extremo a v . En la figura anterior $\text{grado}(1) = 2$, $\text{grado}(2) = 1$. En un árbol necesariamente algún vértice debe tener grado 1 (hojas), de lo contrario el árbol tendría un ciclo y entraría en contradicción con el hecho de ser acíclico.

Un subárbol de un árbol T resulta de tomar un subconjunto de los vértices de T y un subconjunto de las aristas de T de manera que el grafo que resulte de este par sea un árbol. El árbol de la próxima figura contiene a un subárbol con vértices 1, 3, 5 y aristas (1, 3) y (3, 5).



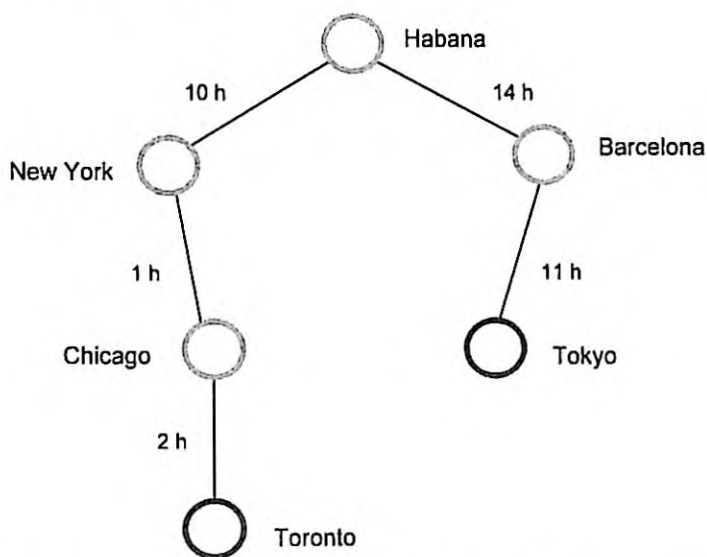
Todos los nodos del árbol tienen padres excepto la raíz que es el nodo que tiene como descendientes al resto de los vértices del árbol, en la figura anterior el nodo 1 es la raíz del árbol. Cuando sucede que (a, b) es una arista del árbol decimos que los vértices a y b son adyacentes o vecinos.

Como se ha podido observar hasta ahora, los árboles y en general los grafos se modelan visualmente por puntos que representan los vértices y por líneas que unen estos vértices y representan las aristas del grafo. Esta representación

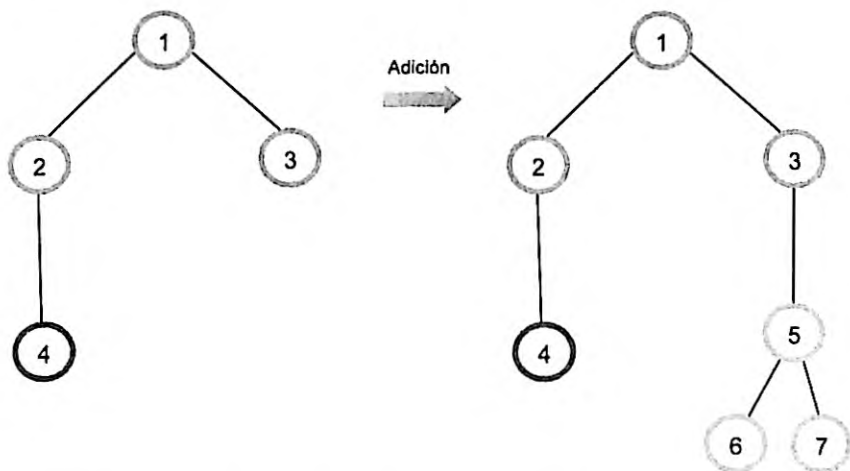
permite modelar una enorme cantidad de situaciones de la vida real. Por citar un ejemplo, imagine una situación en la que cada vértice constituye una ciudad y la raíz simboliza el punto de partida de un recorrido que se desea realizar a la ciudad más cercana. Para completar este modelo sería necesario que cada arista incluyese un peso que constituya el tiempo que tomaría un traslado de la ciudad x a la ciudad y . Para estos casos cada arista o unión entre nodos puede verse como un par $((a, b), p)$ donde p es el peso o, según el ejemplo anterior, el tiempo que relaciona a los vértices a y b . Grafos como estos son conocidos como grafos de costo.

Entre las operaciones que suelen asociarse a un árbol se encuentran las siguientes:

- Adición de un árbol como hijo.
- Búsqueda de un vértice
- Eliminación de un subárbol.

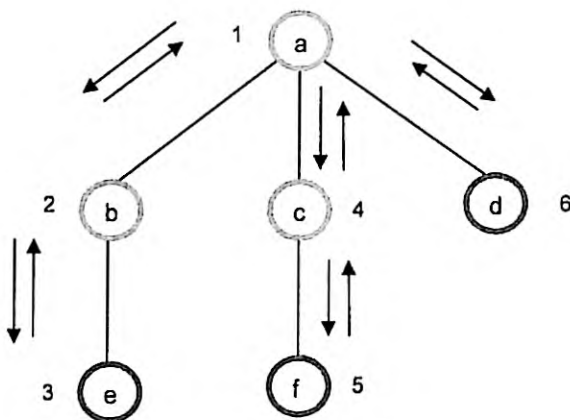


La adición consiste en añadir en la lista de hijos de un determinado vértice del árbol todo un subárbol que se recibe como argumento. En la siguiente figura el subárbol con raíz 5, destacado en verde, se añade al nodo 3.



La búsqueda suele realizarse recorriendo todos los vértices del árbol y existen dos recorridos fundamentales. El primero es conocido como búsqueda en profundidad y se ejecuta a través de un método recursivo que aplica la técnica de *backtracking* o vuelta atrás, recorriendo cada vértice en el orden en que los encuentra y luego sus hijos hasta que se llega a un nodo sin hijos o a un nodo cuyos hijos han sido todos recorridos. En ese caso se aplica *backtracking* para regresar al padre del vértice cuyo recorrido acaba de finalizar.

Este recorrido también es aplicable a grafos, pero con algunas particularidades. En la próxima figura se puede ver el ejemplo de un recorrido en profundidad, los números que aparecen al lado de los vértices denotan el orden obtenido.

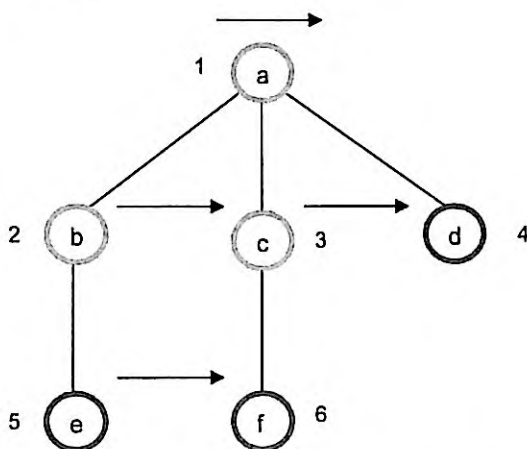


Fijese en que el recorrido es el siguiente: a, b, e, c, f, d. Comienza en el vértice *a* y luego continúa en *b* que es el primer hijo de *a* que no ha sido visitado, luego pasa al vértice *e* que al carecer de descendientes retorna (por *backtracking*) el control al nodo *b* que no tiene más hijos que el vértice *e* (visitado) y retorna el control del recorrido al nodo *a* que luego pasa el control al nodo *c* (su próximo hijo no visitado) y así sucesivamente.

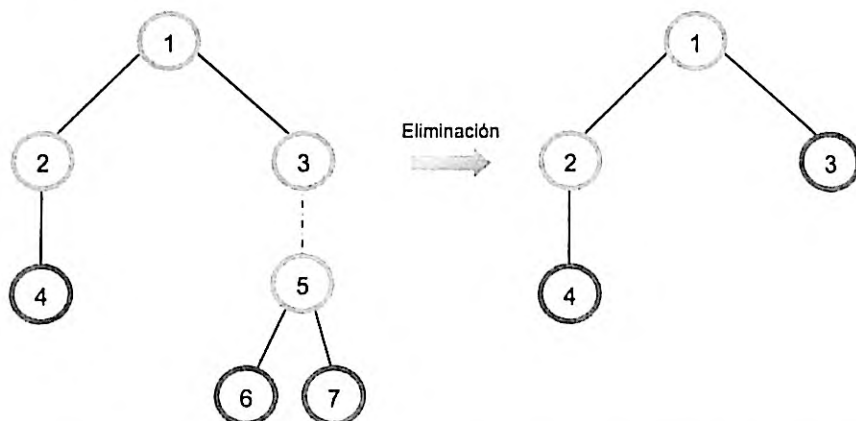
El segundo recorrido es la búsqueda a lo ancho que se aplica con mucha frecuencia para recorrer árboles pues su estructura y la forma del recorrido lo favorecen. Dicho recorrido se prefiere sobre la búsqueda en profundidad que se emplea con mayor asiduidad en grafos no arbóreos.

El recorrido a lo ancho se lleva a cabo en los vértices del árbol por niveles o por profundidades. La profundidad de un vértice *v* es la cantidad de nodos que existen entre *v* y la raíz, incluyéndola. En el árbol del ejemplo anterior la profundidad de *f* es 2.

Es posible pensar en un recorrido a lo ancho como en el recorrido que se llevaría a cabo en un edificio de varios pisos donde se comienza desde el piso más alto que es el primero en ser visitado, para luego visitar el segundo más alto y así sucesivamente hasta llegar al primer piso que es el último en ser visitado. Esta situación se puede observar en el siguiente ejemplo donde el recorrido que se obtiene es a, b, c, d, e, f.



Todas las operaciones sobre árboles se realizan mediante procesamiento de referencias. En la operación de adición, descrita anteriormente, una referencia a un árbol es adicionada a una lista de árboles hijos para un determinado vértice, de este modo es posible pensar en las aristas como en las referencias que apuntan a diferentes árboles y cuando se elimina un subárbol realmente se elimina el enlace o la referencia que se tiene con este dato. Esta situación puede apreciarse en el próximo ejemplo donde se elimina el subárbol con raíz 5.



Para crear esta conocida estructura de datos en Python creamos la clase árbol que contiene las operaciones previamente analizadas.

```

class arbol:

    _valor = None
    _hijos = None

    def __init__(self, v, hijos = []):
        self.valor = v
        self._hijos = []
        for h in hijos:
            self._hijos.append(arbol(h))

    def añade_hijo(self, v):
        self._hijos.append(v)

    def buscar(self, v):
        return self.recorrido(buscar = v)

    def elimina_hijo(self, v):
        return self.recorrido(eliminar = v)

    def recorrido(self, imprimir=False, buscar = None,
                  eliminar = None):
        # Para eliminar el arbol
        if eliminar is not None and\
            eliminar is self.valor:
            self.valor = None
            self._hijos = []
            return
  
```



```

c = cola()
c.encola(self)

while c.cantidad > 0:
    # Para imprimir el recorrido
    if imprimir:
        print(c.primerio.valor)
    # Para encontrar un subarbol
    if buscar is not None and buscar is c.primerio.valor:
        return c.primerio
    actual = c.primerio
    for i in range(len(actual._hijos)):
        # Para eliminar un subarbol
        if eliminar is not None and \
            eliminar is actual._hijos[i].valor:
            actual._hijos.pop(i)
            return True
    c.encola(actual._hijos[i])
c.desencola()

def damehijos(self):
    return self._hijos

def damevalor(self):
    return self._valor

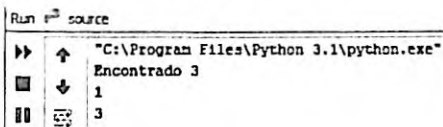
def definevalor(self, v):
    self._valor = v

def __str__(self):
    return str(self.valor)

a = arbol(1)
a.añade_hijo(arbol(2, [4,5]))
a.añade_hijo(arbol(3))
a.elimina_hijo(2)

print("Encontrado", a.buscar(3))
a.recorrido(imprimir=True)

```



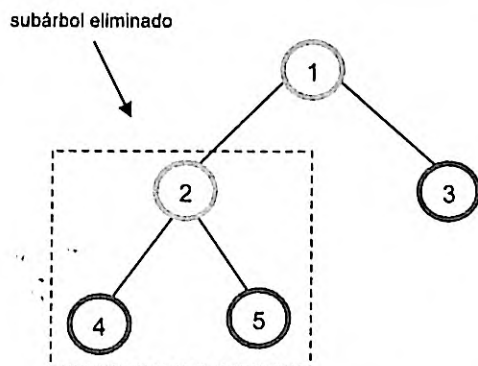
```

Run source
C:\Program Files\Python 3.1\python.exe
Encontrado 3
1
3

```

Fijese en que en la clase árbol el método recorrido es fundamental, tanto es así que las operaciones de búsqueda y eliminación requieren de la realización de un recorrido para llevar a cabo su propósito. Para reutilizar al máximo el código de la clase se han dispuesto las variables *buscar* y *eliminar* como argumentos en el método recorrido. Dichas variables representan los valores de los subárboles a encontrar y eliminar respectivamente. El recorrido en este caso es a lo ancho y se

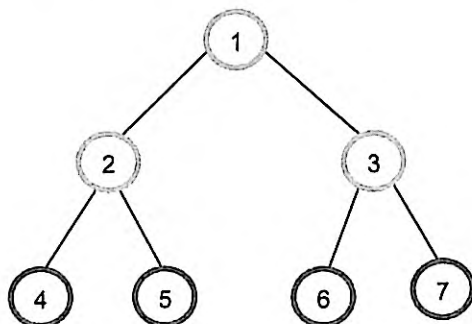
emplea una cola para almacenar los hijos de los nodos que se van visitando. Las colas se emplean en los recorridos a lo ancho pues su funcionamiento permite fácilmente simular este recorrido. Por otro lado, las pilas se utilizan en recorridos en profundidad dado que estas son las estructuras que simulan la recursividad. La condición de parada se alcanza cuando la cola queda vacía, es en este momento que la estructura ha sido totalmente recorrida. La siguiente figura muestra el árbol creado en el código anterior.



Durante esta subsección se estudiarán varias de las clases de árboles más importantes en Ciencias de la Computación. Entre estos vale mencionar los binarios de búsqueda, los rojos y negros, los AVLs y los QuadTrees.

7.1.5.1 Binarios de Búsqueda

Un árbol binario es un caso particular de la conocida estructura en la que cada vértice tiene a lo sumo dos hijos, uno izquierdo y otro derecho. Cuando todos los vértices que no son hojas tienen dos hijos se dice que el árbol es completo y cuando están a la misma altura se dice que es perfecto. La altura se define como la máxima profundidad del árbol. La próxima figura ilustra un árbol binario perfecto y completo de altura 2.



Las operaciones que se definen sobre esta estructura son las mismas que se definen sobre un árbol tradicional, las implementaciones son incluso más sencillas al contar cada nodo con a lo sumo 2 referencias a otros árboles binarios.

```
class arbolbinario:
```

```
    _hijoizq = None
```

```
    _hijoder = None
```

```
    _valor = None
```

```
def __init__(self, v, izq = None, der = None):
```

```
    self._valor = v
```

```
    self._hijoder = der
```

```
    self._hijoizq = izq
```

```
def añadehijo(self, hijo,
```

```
               derecho = False):
```

```
    if derecho:
```

```
        self._hijoder = hijo
```

```
    else:
```

```
        self._hijoizq = hijo
```

```
def buscar(self, v):
```

```
    return self.recorrido(buscar = v)
```

```
def eliminar(self, v):
```

```
    if v is self.valor:
```

```
        self = None
```

```
    return self.recorrido(eliminar = v)
```

```
def recorrido(self, buscar = None, eliminar = None):
```

```
    if buscar is None and eliminar is None:
```

```
        print(self.valor)
```

```
    if buscar is not None and \
```

```
        buscar is self.valor:
```

```
        return self
```

```
    else:
```

```
        # Para eliminar nodos
```

```
        if eliminar is not None:
```

```
            if eliminar is self.hijoizq.valor:
```

```
                self.hijoizq = None
```

```
            if eliminar is self.hijoder.valor:
```

```
                self.hijoder = None
```

```
        return
```



```

        # Para buscar nodos
        if self.hijoizq is not None:
            izq = self.hijoizq.recorrido(buscar = buscar)
            if izq is not None:
                return izq
        if self.hijoder is not None:
            der = self.hijoder.recorrido(buscar = buscar)
            return der

    def _damevalor(self):
        return self._valor

    def _damehijoizq(self):
        return self._hijoizq

    def _damehijoder(self):
        return self._hijoder

    def _definehijoizq(self, v):
        self._hijoizq = v

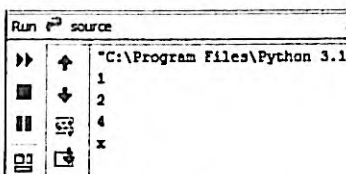
    def _definehijoder(self, v):
        self._hijoder = v

    valor = property(fget = _damevalor)
    hijoizq = property(fget = _damehijoizq, fset = _definehijoizq)
    hijoder = property(fget = _damehijoder, fset = _definehijoder)

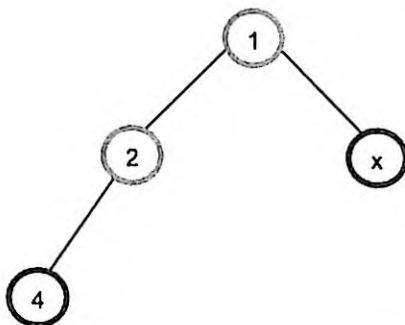
abb = arbolbinario(1,
                    arbolbinario(2, arbolbinario(4)),
                    arbolbinario(3))
abb.añadehijo(arbolbinario('x'), derecho= True)

abb.recorrido()

```



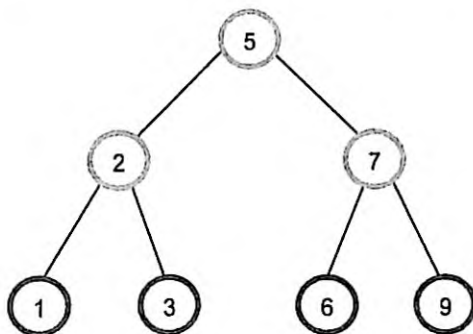
En la implementación de la clase *arbolbinario* el método *recorrido* es recursivo y se realiza en profundidad visitando siempre primero el subárbol izquierdo y luego el derecho. El árbol que resultaría después de las operaciones mostradas en el código anterior sería el siguiente:



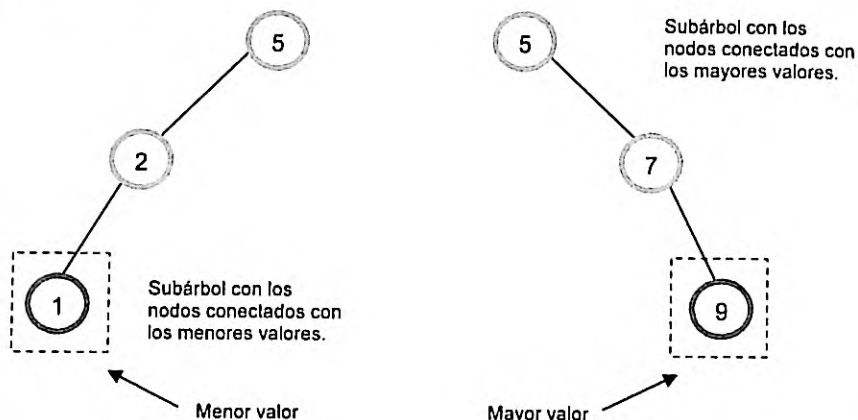
Un árbol binario de búsqueda es un caso particular de árbol binario donde para cada subárbol se cumplen las siguientes invariantes:

- Un árbol vacío se considera un árbol binario de búsqueda.
- En un vértice x , el valor de la raíz de su subárbol derecho siempre es mayor que el valor de x .
- En un vértice x , el valor de la raíz de su subárbol izquierdo siempre es menor o igual que el valor de x .

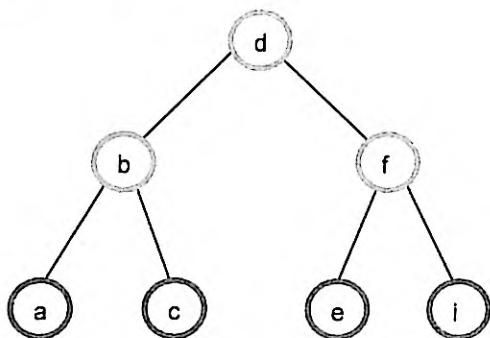
En la figura que aparece a continuación se puede observar un ejemplo de árbol binario de búsqueda cumpliendo las invariantes anteriores.



Observe que el menor valor estará siempre en la hoja del subárbol que resulta de tomar siempre los nodos conectados con los menores valores en el árbol. De igual forma el mayor valor estará en la hoja que resulta de tomar el subárbol de vértices conectados con mayores valores en el árbol.



De este modo los árboles binarios de búsqueda establecen una relación de orden entre sus elementos y teniendo en cuenta esta relación y la estructura del propio árbol, un recorrido a lo ancho devolvería los elementos ordenados. En todos los ejemplos anteriores se han presentado árboles binarios donde los valores son numéricos pero en general cualquier conjunto de valores ordenables es totalmente válido y pueden ser números, letras o cualquier conjunto de símbolos con una función de orden definida.

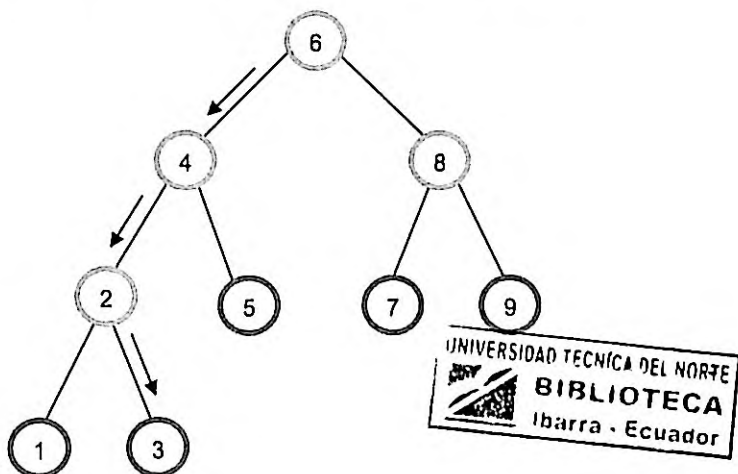


Las operaciones sobre este tipo de árboles binarios deben velar por que las invariantes anteriores no se pierdan en ningún momento y principalmente en operaciones que modifiquen la estructura del árbol (inserción, eliminación). Como se ha visto previamente, los recorridos resultan fundamentales para todas las operaciones en estas estructuras y los árboles binarios de búsqueda no escapan a esta regla.

La búsqueda en árboles binarios depende en gran medida de la relación de orden que se haya establecido entre los elementos y dicha relación se utiliza para guiar el proceso de búsqueda. Esta operación se resume a continuación:

1. Se compara el valor buscado v con el valor del nodo raíz del árbol actual. En caso de ser iguales se retorna el árbol actual.
2. Si sucede que el valor del nodo es mayor que v entonces se continúa la búsqueda en el hijo derecho del árbol actual.
3. Si sucede que el valor del nodo es menor o igual que v entonces se continúa la búsqueda en el hijo izquierdo del árbol actual.
4. Si se alcanza una hoja y su valor no es v entonces el valor no existe en el árbol y el procedimiento termina.

En la próxima figura se puede observar un ejemplo de la ejecución de la operación de búsqueda considerando como valor a inquirir al número 3.



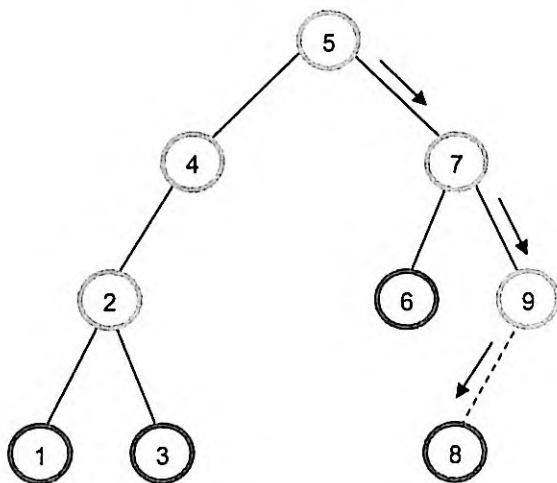
Ejecución:

1. Árbol con raíz de valor 6, como $3 < 6$, entonces la búsqueda continúa en el hijo izquierdo.
2. Árbol con raíz de valor 4, como $3 < 4$, entonces la búsqueda continúa en el hijo izquierdo.
3. Árbol con raíz de valor 2, como $3 > 2$, entonces la búsqueda continúa en el hijo derecho.
4. Árbol con raíz de valor 3, como $3 = 3$, entonces la búsqueda termina y se retorna este árbol.

La inserción de un nodo también se sostiene sobre la relación de orden que se mantiene en la estructura. La lógica del método de inserción considerando como entrada un valor del conjunto ordenable v sería la siguiente:

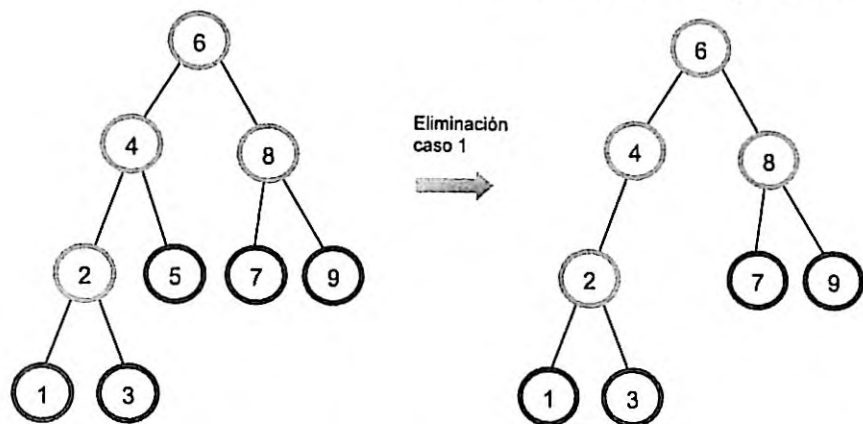
1. Si el árbol está vacío, entonces se añade un nuevo nodo con valor v como raíz.
2. Si v es menor o igual que el valor del nodo de la raíz del árbol, entonces el procedimiento continúa en el subárbol izquierdo.
3. Si v es mayor que el valor del nodo de la raíz del árbol, entonces el procedimiento continúa en el subárbol derecho.
4. Cuando se alcanza una hoja se crea un nuevo árbol con valor v y se pone como hijo derecho del nodo hoja si v es mayor que el valor de la hoja, de lo contrario se pone como hijo izquierdo. El procedimiento termina en este punto.

Como se puede observar, las inserciones ocurren siempre en los vértices hojas. La próxima figura ilustra el proceder para la inserción del valor 8 en un árbol binario de búsqueda con nodos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

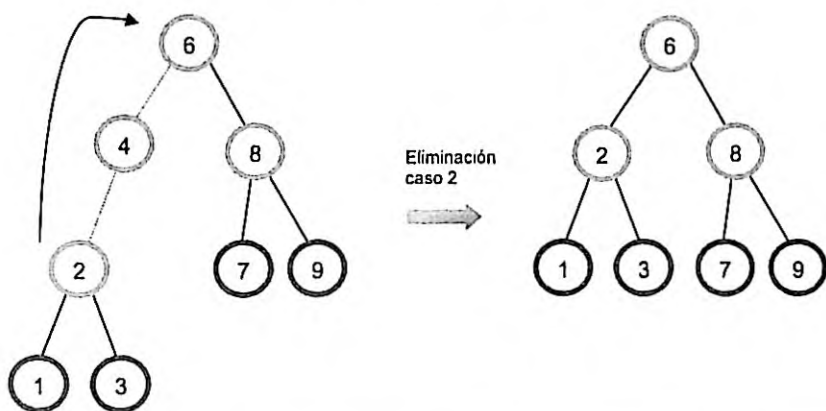


La complejidad de las operaciones de un árbol binario de búsqueda recae completamente en la operación de eliminación, que como se ha mencionado previamente debe mantener el orden existente en la estructura y, por tanto, debe tener en cuenta la casuística que esto deriva. Los casos serían los siguientes:

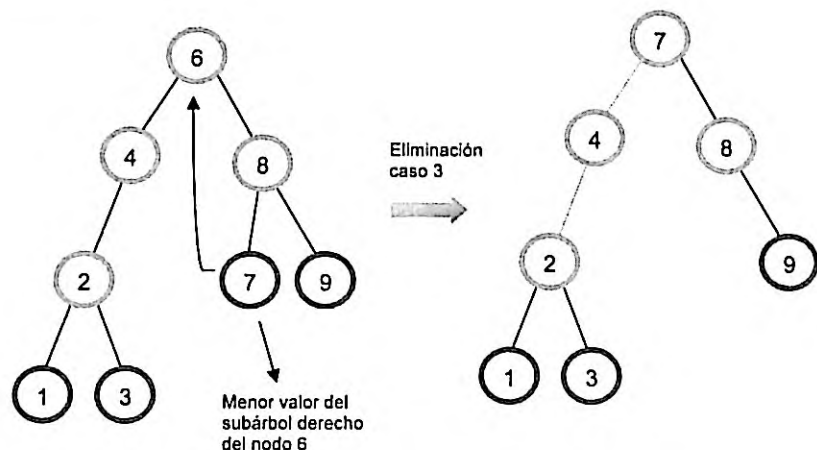
- Se elimina un nodo hoja, en el siguiente ejemplo se borra el vértice 5.



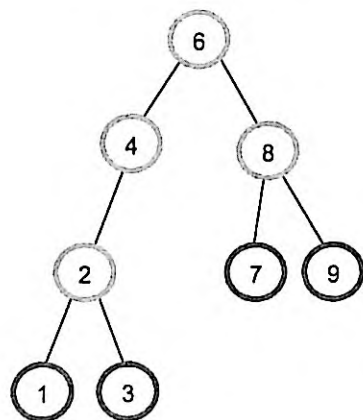
- Se elimina un nodo con exactamente un subárbol hijo, en este caso el subárbol que pertenece al nodo a eliminar se define como hijo de su padre. En el siguiente ejemplo se borra el vértice 4 y el subárbol con raíz 2 pasa a ser hijo del nodo 6 que es el padre del vértice 4.



- Se elimina un nodo con exactamente dos subárboles hijos. En este caso el valor del nodo a eliminar se sustituye por el menor valor que se encuentre en su subárbol derecho y el nodo hoja que posee este valor es eliminado. De esta forma la eliminación al igual que la inserción tiene efecto en las hojas del árbol. En la figura que se observa a continuación se presenta un ejemplo donde se elimina el vértice con valor 6.



Como se había visto en secciones anteriores los recorridos a lo ancho y en profundidad resultan perfectamente aplicables a cualquier árbol. Variaciones de estos recorridos son los conocidos como inorden, preorden y postorden, todos en profundidad. La diferencia entre cada uno de ellos radica en el momento que se selecciona para considerar que un nodo ha sido visitado. En un recorrido inorden los nodos se imprimen o se consideran visitados cuando se recorren por primera vez mediante la técnica de *backtracking* o vuelta atrás, así se garantiza que se obtendrán los valores ordenados de menor a mayor. En un recorrido preorden los vértices se consideran visitados a medida que se desciende por el árbol, desde la primera vez que se pasa por ellos y sin tener en cuenta la vuelta atrás de la recursividad. Finalmente en un recorrido postorden los nodos se toman como visitados cuando se sube por el árbol mediante el retroceso que origina la técnica de vuelta atrás y precisamente en el momento en que no podrán ser recorridos nuevamente.



Inorden: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

Preorden: 6, 4, 2, 1, 3, 8, 7, 9

Postorden: 1, 3, 2, 4, 7, 9, 8, 6

Para implementar el tipo árbol binario de búsqueda en Python se ha creado la clase `arbol_binario_busqueda` que hereda de `arbol_binario`. También se ha añadido a la clase `arbolbinario` el método `eshoja()` que contribuye a obtener un código más expresivo.

```
def eshoja(self):
    return self.hijoder is None \
           and self.hijoizq is None

class arbol_binario_busqueda(arbolbinario):

    def __init__(self, v, izq = None, der = None):
        super().__init__(v, izq=izq, der=der)

    def insertar(self, v):
        if v > self.valor:
            if self.hijoder is not None:
                return self.hijoder.insertar(v)
            else:
                self.hijoder = arbol_binario_busqueda(v)

        if v <= self.valor:
            if self.hijoizq is not None:
                self.hijoizq.insertar(v)
            else:
                self.hijoizq = arbol_binario_busqueda(v)

    def buscar(self, v):
        if self.valor is v:
            return self
        if self.valor < v:
            if self.hijoder is not None:
                return self.hijoder.buscar(v)
        else:
            if self.hijoizq is not None:
                return self.hijoizq.buscar(v)

    def eliminar(self, v):
        # El valor se encuentra en el hijo der.
        if self.valor < v:
            if self.hijoder.valor is v:
                if self.hijoder.eshoja():
                    self.hijoder = None
                return
```

```

    if self.hijoder.hijoder is None:
        # Si no tiene hijo der. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo izquierdo
        self.hijoder = self.hijoder.hijoizq
    elif self.hijoder.hijoizq is None:
        # Si no tiene hijo izq. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo derecho
        self.hijoder = self.hijoder.hijoder
    else:
        # Tiene dos hijos.
        if self.hijoder is not None:
            nvalor = \
                self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
        else:
            nvalor = \
                self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
        self.hijoder.valor = nvalor
    else:
        self.hijoder.eliminar(v)

# El valor se encuentra en el hijo izq.
elif self.valor >= v:
    # El valor se encuentra en el nodo actual.
    if self.valor is v:
        if self.eshoja():
            self.valor = None
        elif self.hijoder is None:
            self.valor = self.hijoizq.valor
            temp = self.hijoizq
            self.hijoizq = temp.hijoizq
            self.hijoder = temp.hijoder
        elif self.hijoizq is None:
            self.valor = self.hijoder.valor
            temp = self.hijoder
            self.hijoizq = temp.hijoizq
            self.hijoder = temp.hijoder
        else:
            if self.hijoder is not None:
                nvalor = \
                    self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
            else:
                nvalor = \
                    self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
            self.valor = nvalor

```

```

# Si el hijo izq. tiene valor v.
elif self.hijoizq.valor is v:
    # Si es una hoja.
    if self.hijoizq.eshoja():
        self.hijoizq = None
        return
    if self.hijoizq.hijoder is None:
        # Si no tiene hijo der. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo izq.
        self.hijoizq = self.hijoizq.hijoizq
    elif self.hijoizq.hijoizq is None:
        # Si no tiene hijo izq. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo derecho
        self.hijoizq = self.hijoizq.hijoder
    else:
        # Tiene dos hijos.
        if self.hijoder is not None:
            nvalor = \
                self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
        else:
            nvalor = \
                self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
        self.hijoizq.valor = nvalor
    else:
        self.hijoizq.eliminar(v)

def _menor_valor(self, elimina = False):
    actual = self
    if self.hijoizq.hijoizq is not None:
        actual = self.hijoizq
        while not actual.eshoja():
            actual = actual.hijoizq

    valor = actual.hijoizq.valor
    if elimina:
        actual.hijoizq = None
    return valor

def _mayor_valor(self, elimina = False):
    actual = self
    if self.hijoder.hijoder is not None:
        actual = self.hijoder
        while not actual.eshoja():
            actual = actual.hijoder

    valor = actual.hijoder.valor
    if elimina:
        actual.hijoder = None
    return valor

```



```

def inorden(self):
    if self.eshoja():
        print(self.valor)
    else:
        if self.hijoizq is not None:
            self.hijoizq.inorden()
        print(self.valor)
        if self.hijoder is not None:
            self.hijoder.inorden()

def preorden(self):
    if self.eshoja():
        print(self.valor)
    else:
        print(self.valor)
        if self.hijoizq is not None:
            self.hijoizq.preorden()
        if self.hijoder is not None:
            self.hijoder.preorden()

def postorden(self):
    if self.eshoja():
        print(self.valor)
    else:
        if self.hijoizq is not None:
            self.hijoizq.postorden()
        if self.hijoder is not None:
            self.hijoder.postorden()
        print(self.valor)

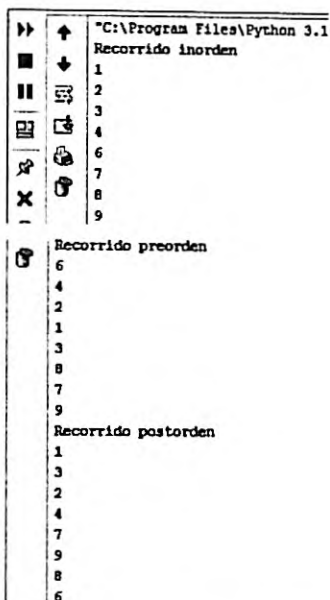
abb = arbol_binario_busqueda(6)

abb.insertar(4)
abb.insertar(2)
abb.insertar(1)
abb.insertar(3)
abb.insertar(8)
abb.insertar(7)
abb.insertar(9)
print('Recorrido inorden')
abb.inorden()

print('Recorrido preorden')
abb.preorden()

print('Recorrido postorden')
abb.postorden()

```



```

C:\Program Files\Python 3.1
Recorrido inorden
1
2
3
4
6
7
8
9

Recorrido preorden
6
4
2
1
3
8
7
9

Recorrido postorden
1
3
2
4
7
9
8
6

```

Fíjese en que aunque el código de los recorridos inorden, preorden y postorden pudo haberse compilado en un método para reutilizar todas las líneas que estos comparten, no se hizo así en aras de ofrecer claridad y legibilidad al código de los recorridos y de esta forma facilitar al lector su comprensión. Se sugiere tomar como ejercicio práctico la tarea de crear un método que reutilice el código de los recorridos y de los métodos `_menor_elemento` y `_mayor_elemento` que devuelven el menor y el mayor elemento en un árbol binario de búsqueda.

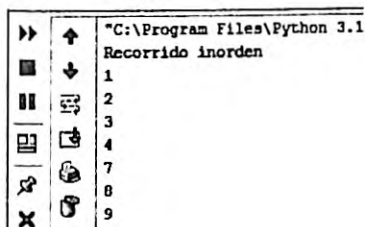
El código del método de eliminación es complejo por la casuística que implica. Diferentes ejemplos de su ejecución pueden verse a continuación:

```

# Nodo con dos hijos
abb.eliminar(6)

print('Recorrido inorden')
abb.inorden()

```



```

C:\Program Files\Python 3.1
Recorrido inorden
1
2
3
4
7
8
9

```

```
# Nodo con un solo hijo
abb.eliminar(4)

print('Recorrido inorden')
abb.inorden()
```

```
"C:\Program Files\Python 3.1"
Recorrido inorden
1
2
3
6
7
8
9
```

```
# Nodo hoja
abb.eliminar(9)

print('Recorrido inorden')
abb.inorden()
```

```
"C:\Program Files\Python 3.1"
Recorrido inorden
1
2
3
4
6
7
8
```

En las próximas subsecciones se analizarán los árboles AVL y los árboles rojo negro que son casos particulares de árboles binarios de búsqueda donde se mantiene una nueva invariante relacionada con la altura de cada subárbol.

7.1.5.2 AVL

Un AVL es un árbol binario de búsqueda que mantiene su altura equilibrada y que debe su nombre a sus creadores, los matemáticos rusos Georgi Adelsón-Velski y Yevgeni Landis, autores del artículo publicado en 1962 donde daban a conocer los principios de esta estructura. La invariante que se incorpora a un AVL es la siguiente:

- En todo momento la altura de su hijo izquierdo y de su hijo derecho debe ser a lo sumo 1. Formulado sería así:

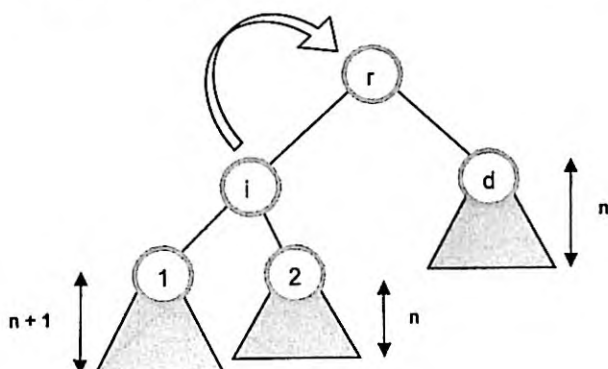
$$| \text{altura}(\text{hijo_izq}) - \text{altura}(\text{hijo_der}) | \leq 1$$

Para lograr mantener el balance en la altura una nueva operación conocida como rotación se añade a la estructura. La rotación puede ser a la derecha o a la izquierda dependiendo del subárbol que tenga la mayor altura y, para conocer este

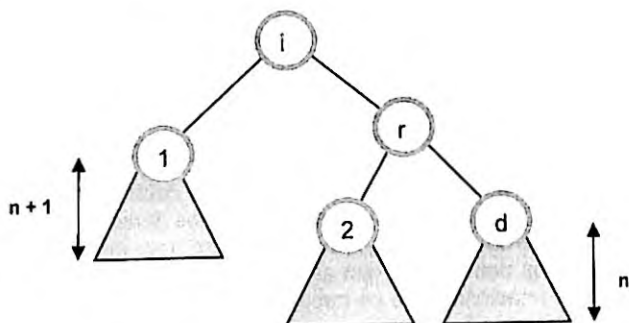
dato, un nuevo atributo (que depende de la altura) debe almacenarse en cada nodo. En general las operaciones en un AVL son exactamente las mismas que en un árbol binario de búsqueda, la diferencia radica en que una inserción o una eliminación pueden conllevar un desbalance en altura y, por tanto, la ejecución de una rotación.

En general existen cuatro tipos de rotaciones: la rotación a la derecha, la rotación a la izquierda, la rotación doble a la derecha y la rotación doble a la izquierda. Cada una de estas se describe a continuación:

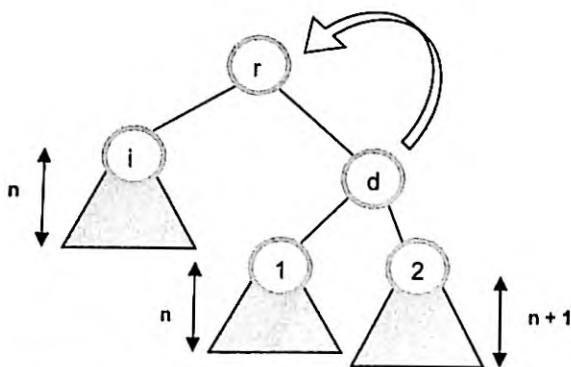
- Rotación a la derecha: consiste en tomar el nodo raíz del árbol r y ponerlo como hijo derecho de su hijo izquierdo i . Luego el hijo derecho de i pasa a ser el hijo izquierdo de r .



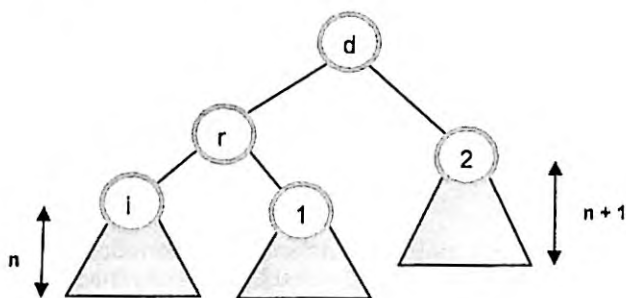
Luego de la rotación a la derecha sobre r .



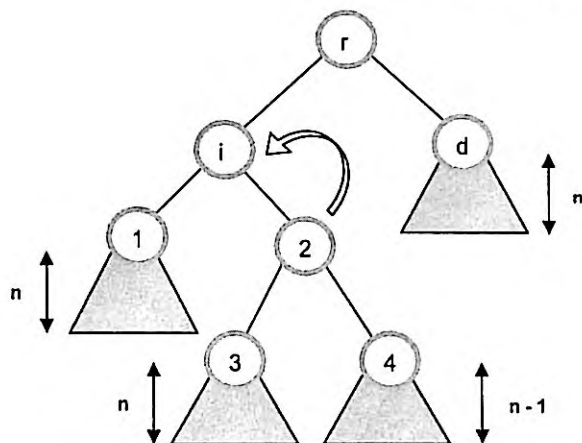
- Rotación a la izquierda: se realiza de manera análoga a la rotación a la derecha.



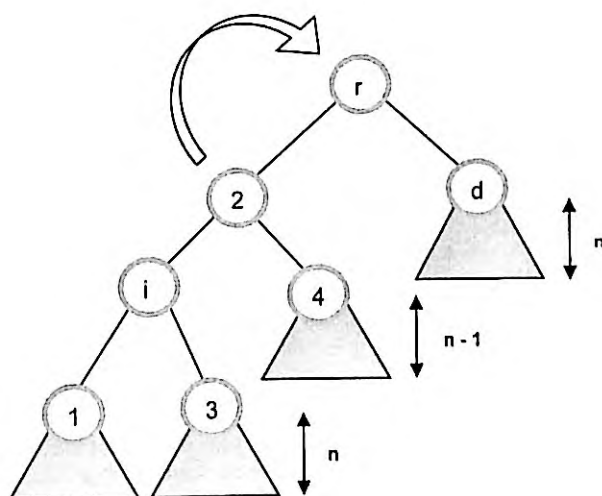
Luego de la rotación a la derecha sobre r .



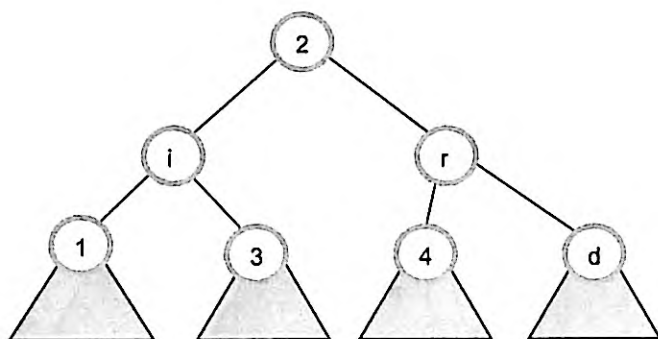
- Rotación doble a la derecha: tiene lugar cuando la realización de una sola rotación provoca que el árbol continúe desbalanceado en altura por lo que resulta necesario llevar a cabo una segunda rotación. Las combinaciones siempre son rotaciones derecho-izquierdas y rotaciones izquierdo-derechas y en este caso se trata de la segunda combinación. Se ha demostrado que al momento de realizar una inserción el número de rotaciones que es necesario realizar es a lo sumo 2, de modo que una rotación doble representa el caso de mayor complejidad luego de insertar un nodo. La eliminación puede provocar que se realice una cantidad de rotaciones igual a $\log(n)$ (n es la cantidad de nodos) que, teniendo en cuenta que se trata de un árbol balanceado, resultaría en un número aproximado a su altura. Fíjese en cómo en el siguiente esquema existe un desbalance en r . Su hijo derecho tiene altura n mientras que el izquierdo tiene altura $n + 2$.



Se puede comprobar que después de la primera rotación (a la izquierda) que se muestra a continuación persiste un desbalance en altura.

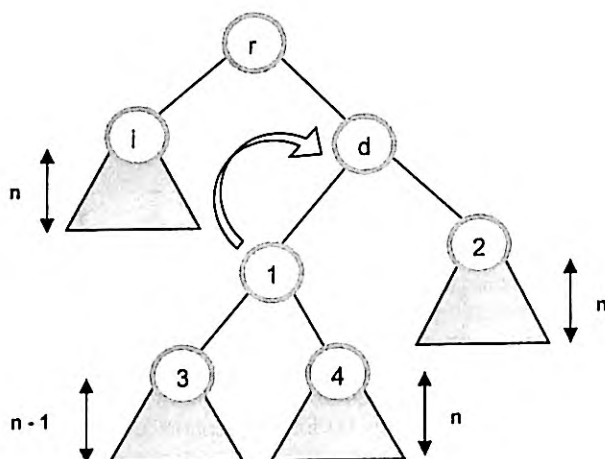


Luego de la segunda rotación (a la derecha) el desbalance desaparece.

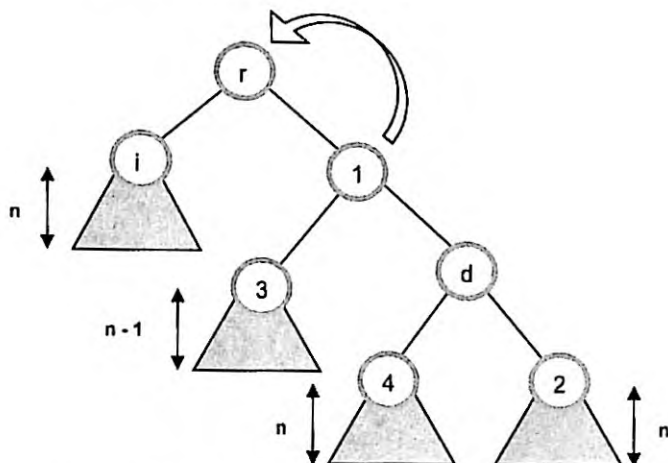


Como es posible comprobar el árbol se encuentra ahora equilibrado por altura.

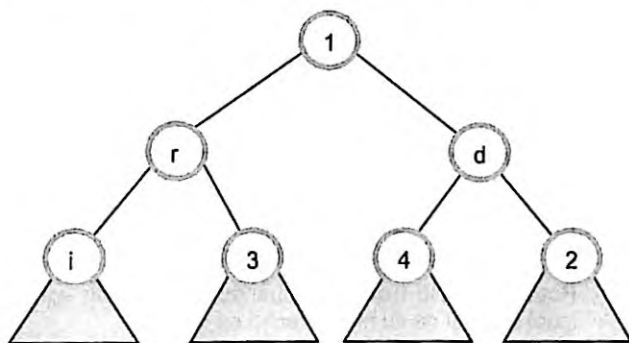
- Rotación doble a la izquierda: se realiza de manera análoga a la rotación doble a la derecha. La diferencia con respecto a la anterior es que primero se realiza una rotación a la izquierda y luego una rotación a la derecha.



Luego de la primera rotación (a la derecha).



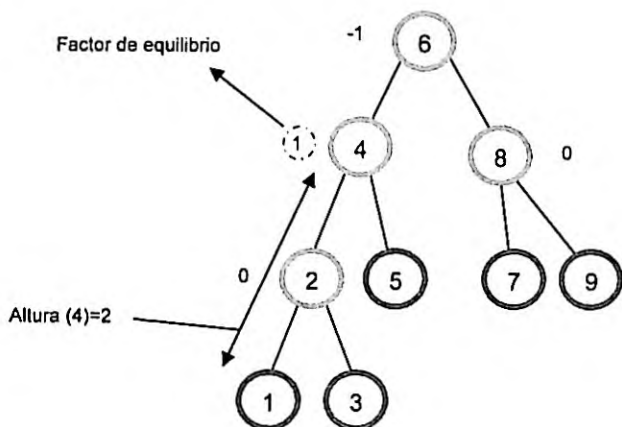
Luego de realizar la segunda rotación (a la izquierda).



Como puede comprobarse, luego de la rotación doble el árbol resultante queda balanceado. Para implementar la clase avl debe considerarse en cada nodo un campo factor de equilibrio que tome valores del conjunto admisible $\{-1, 0, 1\}$ donde cada valor indica lo siguiente:

- Valor 1, el hijo derecho tiene altura $n + 1$ y el hijo izquierdo altura n . El valor resulta de la diferencia $(n + 1) - n$.
- Valor 0, el hijo derecho y el izquierdo tienen la misma altura.
- Valor -1, el hijo derecho tiene altura n y el hijo izquierdo altura $n + 1$. El valor resulta de la diferencia $n - (n + 1)$.

Cuando el factor de equilibrio toma un valor fuera del conjunto admisible entonces es necesario realizar una o varias rotaciones. Los nodos hojas siempre tienen factor de equilibrio y altura de valor 0.



Las condiciones necesarias que conllevan a la realización de alguna de las rotaciones analizadas son las siguientes:

- Rotación derecha: cuando el factor de equilibrio del nodo es igual a -2 y el de su hijo izquierdo es -1.
- Rotación izquierda: cuando el factor de equilibrio del nodo es igual a 2 y el de su hijo derecho es 1.
- Rotación doble derecha: cuando el factor de equilibrio del nodo es igual a -2 y el de su hijo izquierdo es 1.
- Rotación doble izquierda: cuando el factor de equilibrio del nodo es igual a 2 y el de su hijo derecho es -1.

Como se señaló previamente las operaciones de inserción y eliminación son básicamente las mismas de un árbol binario de búsqueda exceptuando las situaciones donde exista desbalance que deben resolverse mediante alguna de las rotaciones estudiadas. La implementación de la clase avl se presenta a continuación:

```
class avl(arbol_binario_busqueda):
    _factor_equilibrio = 0
    _altura = 0

    def __init__(self, v, izq=None, der=None):
        super().__init__(v, izq=izq, der=der)
        self.factor_equilibrio = 0
        self.altura = 0
```

```

def insertar(self, v):
    if v > self.valor:
        if self.hijoder is not None:
            self.hijoder.insertar(v)
        else:
            self.hijoder = avl(v)
    if v <= self.valor:
        if self.hijoizq is not None:
            self.hijoizq.insertar(v)
        else:
            self.hijoizq = avl(v)
    self.resuelve_desbalance()

# Realiza las rotaciones necesarias
# y actualiza el factor de equil.
def resuelve_desbalance(self):
    self.actualiza_factor_equilib()

    # Rotacion a la derecha
    if self.es_rotacion_der():
        self.rotacion_derecha()
    # Rotacion a la izquierda
    elif self.es_rotacion_izq():
        self.rotacion_izquierda()

    elif self.es_rotacion_doble_der():
        self.rotacion_doble_der()
    elif self.es_rotacion_doble_izq():
        self.rotacion_doble_izq()

def actualiza_factor_equilib(self):
    hder = self.hijoder
    hizq = self.hijoizq

    if not hder and not hizq:
        return
    if not hder:
        self._altura = hizq._altura + 1
        self.factor_equilibrio = -(self._altura)
    elif not hizq:
        self._altura = hder._altura + 1
        self.factor_equilibrio = self._altura
    else:
        self._altura = max(hder._altura,
                           hizq._altura) + 1
        self.factor_equilibrio = \
            hder._altura - hizq._altura

```

```
# Decide si efectuar una rotacion der.
def es_rotacion_der(self):
    return self.factor_equilibrio is -2 and\
           self.hijoizq.factor_equilibrio is -1

# Decide si efectuar una rotacion izq.
def es_rotacion_izq(self):
    return self.factor_equilibrio is 2 and\
           self.hijoder.factor_equilibrio is 1

# Decide si efectuar una doble rotacion der.
def es_rotacion_doble_der(self):
    return self.factor_equilibrio is -2 and\
           self.hijoizq.factor_equilibrio is 1

# Decide si efectuar una doble rotacion izq.
def es_rotacion_doble_izq(self):
    return self.factor_equilibrio is 2 and\
           self.hijoder.factor_equilibrio is -1

def rotacion_derecha(self):
    # Prerequisito
    if self.hijoizq is not None:
        temp = self.valor

        self.valor = self.hijoizq.valor
        hizq = self.hijoizq
        hder = self.hijoder
        self.hijoder = avl(temp, izq=None, der=hder)
        if hizq.hijoder is not None:
            self.hijoder.hijoizq = hizq.hijoder
        if hizq.hijoizq is not None:
            self.hijoizq = hizq.hijoizq
        self.hijoder.actualiza_factor_equilib()
        self.actualiza_factor_equilib()

def rotacion_izquierda(self):
    # Analogo a rotacion_derecha
    # Prerequisito
    if self.hijoder is not None:
        temp = self.valor
        self.valor = self.hijoder.valor
        hizq = self.hijoizq
        hder = self.hijoder
        self.hijoizq = avl(temp, izq=hizq, der=None)
        if hder.hijoizq is not None:
            self.hijoizq.hijoder = hder.hijoizq
        if hder.hijoder is not None:
            self.hijoder = hder.hijoder
        self.hijoizq.actualiza_factor_equilib()
        self.actualiza_factor_equilib()
```



```
def rotacion_doble_der(self):
    self.hijoizq.rotacion_izq()
    self.rotacion_derecha()
```

```
def rotacion_doble_izq(self):
    self.hijoder.rotacion_der()
    self.rotacion_izquierda()
```



```
# De igual forma a como seria en un abb
# pero considerando las rotaciones necesarias
# cuando se sube por el arbol.
```

```
def eliminar(self, v):
    # El valor se encuentra en el hijo der.
    if self.valor < v:

        if self.hijoder.valor is v:
            if self.hijoder.eshoja():
                self.hijoder = None
                self.actualiza_factor_equilib()
                return True
            if self.hijoder.hijoder is None:
                # Si no tiene hijo der. y no es
                # una hoja entonces debe tener
                # hijo izquierdo
                self.hijoder = self.hijoder.hijoizq
            elif self.hijoder.hijoizq is None:
                # Si no tiene hijo izq. y no es
                # una hoja entonces debe tener
                # hijo derecho
                self.hijoder = self.hijoder.hijoder
            else:
                # Tiene dos hijos.
                if self.hijoder is not None:
                    nvalor = \
                        self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
                else:
                    nvalor = \
                        self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
                self.hijoder.valor = nvalor
                self.actualiza_factor_equilib()
        else:
            if self.hijoder.eliminar(v):
                self.actualiza_factor_equilib()
    # El valor se encuentra en el hijo izq.
    elif self.valor >= v:
        # El valor se encuentra en el nodo actual.
        if self.valor is v:
```

```

    if self.eshoja():
        self.valor = None
    elif self.hijoder is None:
        self.valor = self.hijoizq.valor
        temp = self.hijoizq
        self.hijoizq = temp.hijoizq
        self.hijoder = temp.hijoder
    elif self.hijoizq is None:
        self.valor = self.hijoder.valor
        temp = self.hijoder
        self.hijoizq = temp.hijoizq
        self.hijoder = temp.hijoder
    else:
        if self.hijoder is not None:
            nvalor = \
                self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
        else:
            nvalor = \
                self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
        self.valor = nvalor
    return True
# Si el hijo izq. tiene valor v.
elif self.hijoizq.valor is v:
    # Si es una hoja.
    if self.hijoizq.eshoja():
        self.hijoizq = None
        return
    if self.hijoizq.hijoder is None:
        # Si no tiene hijo der. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo izq.
        self.hijoizq = self.hijoizq.hijoizq
    elif self.hijoizq.hijoizq is None:
        # Si no tiene hijo izq. y no es
        # una hoja entonces debe tener
        # hijo derecho
        self.hijoizq = self.hijoizq.hijoder
    else:
        # Tiene dos hijos.
        if self.hijoder is not None:

```

```

        nvalor = \
            self.hijoder._menor_valor(elimina=True)
    else:
        nvalor = \
            self.hijoizq._mayor_valor(elimina=True)
        self.hijoizq.valor = nvalor
    else:
        if self.hijoizq.eliminar(v):
            self.actualiza_factor_equilibrio()
            # Para resolver cualquier problema de
            # desbalance que pueda haber surgido
            self.resuelve_desbalance()

def _damefactor(self):
    return self._factor_equilibrio

def _definefactor(self,v):
    self._factor_equilibrio = v

factor_equilibrio = property(fget = _damefactor,
                             fset = _definefactor)

a = avl(4)
a.insertar(6)
a.insertar(1)
a.insertar(5)
a.insertar(7)
a.insertar(8)
# Eliminando nodo 8.
a.eliminar(8)
# Recorrido preorden.
a.preorden()

```

»	↑	"C:\Program Files\Python 3.1
■	↓	6
	↔	4
□	↔	1
	↔	5
	↔	7

Mantener el árbol balanceado propicia que las operaciones de búsqueda, inserción y eliminación tengan un tiempo computacional logarítmico a diferencia de lo que ocurre con las listas, colas, pilas y otras estructuras que tienen tiempo lineal en los peores casos.

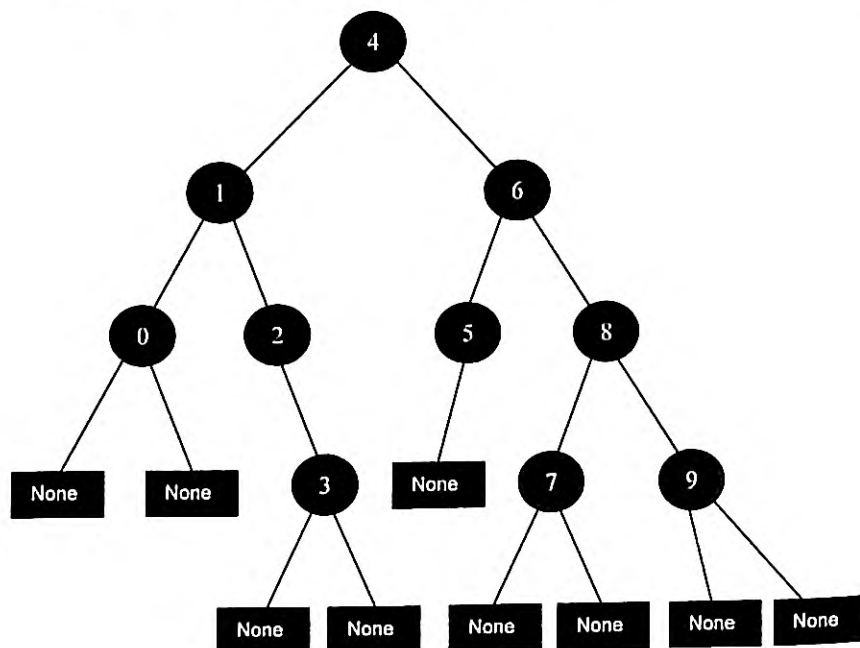
7.1.5.3 Rojo negro

El árbol rojo negro (al igual que el AVL) es un árbol binario autobalanceado creado en 1972 por el profesor alemán Rudolf Bayer donde cada nodo tiene un atributo color que puede tomar los valores rojo o negro. En este sentido se puede decir

que es un atributo binario y aunque se adoptan las palabras rojo, negro para identificarlos en general cualquier par de valores diferentes puede utilizarse. Las invariantes que debe seguir un árbol para considerarse rojo negro son las siguientes:

- Debe cumplir todas las invariantes de un árbol binario de búsqueda (los valores del subárbol derecho deben ser siempre mayores que el valor del nodo raíz y los del subárbol izquierdo deben ser menores o iguales).
- Todo nodo tiene dos posibles colores: rojo o negro.
- La raíz es negra.
- Todas las hojas son negras y no tienen valor (su valor es None).
- Un nodo rojo debe tener siempre dos nodos negros como hijos.
- Todo camino desde la raíz de un subárbol a cualquiera de sus nodos hojas siempre tiene la misma cantidad de nodos negros.

Restringiendo la forma en que los nodos pueden colorearse desde la raíz hasta las hojas, los árboles rojo negro garantizan que ningún camino tendrá el doble de longitud que cualquier otro. Los nodos hojas se conocen como nodos externos y el resto, que al contener valores resultan de verdadero interés, se conocen como nodos internos. Las operaciones de búsqueda, inserción y eliminación, al igual que sucede con el AVL resultan en un tiempo de complejidad temporal logarítmico dado el balance en altura que mantiene la estructura. A continuación se ilustra un ejemplo de árbol rojo negro:

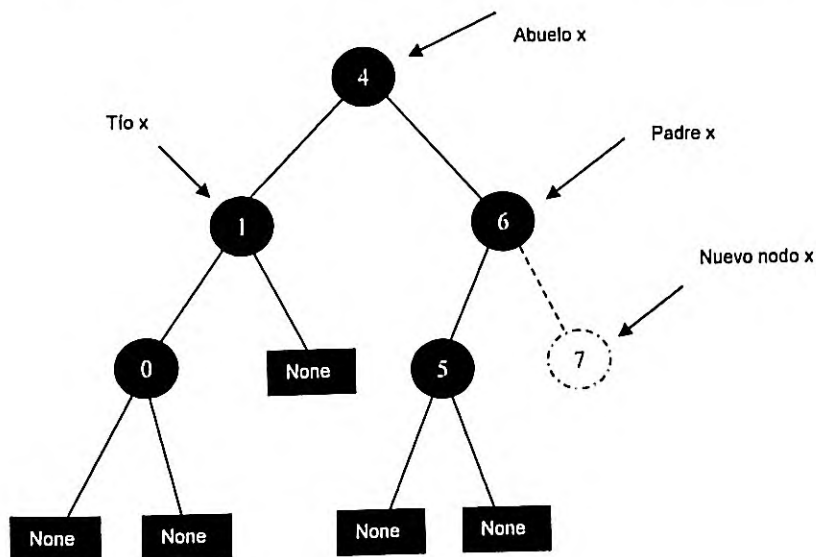


Cuando se modifica (insertan, eliminan nodos) un árbol rojo negro, surgen situaciones que pueden llevar al incumplimiento de algunas de las invariantes antes mencionadas. Estas situaciones requieren de la ejecución de una función para reestructurar el árbol a un estado en el que se busque cumplir con todas las invariantes que se supone debe cumplir para considerarse como rojo negro. Esta operación, analizada en detalle en la sección dedicada al árbol AVL es conocida como rotación y en los árboles rojo negro se realiza de igual forma que se realizarla en un rojo negro. Algunos árboles que incumplen las invariantes anteriores se presentan a continuación.

La inserción en la estructura se realiza en una primera etapa como se realizaría en un árbol binario de búsqueda. La segunda etapa corresponde a un proceso de coloración que se ejecuta luego de haber insertado el nodo hoja y que comienza asignándole color rojo. Posteriormente, para garantizar que se cumplan las invariantes antes mencionadas se verifican las propiedades de algunos de sus nodos vecinos. Este proceso resulta necesario porque la inserción puede provocar que se incumpla la siguiente invariante:

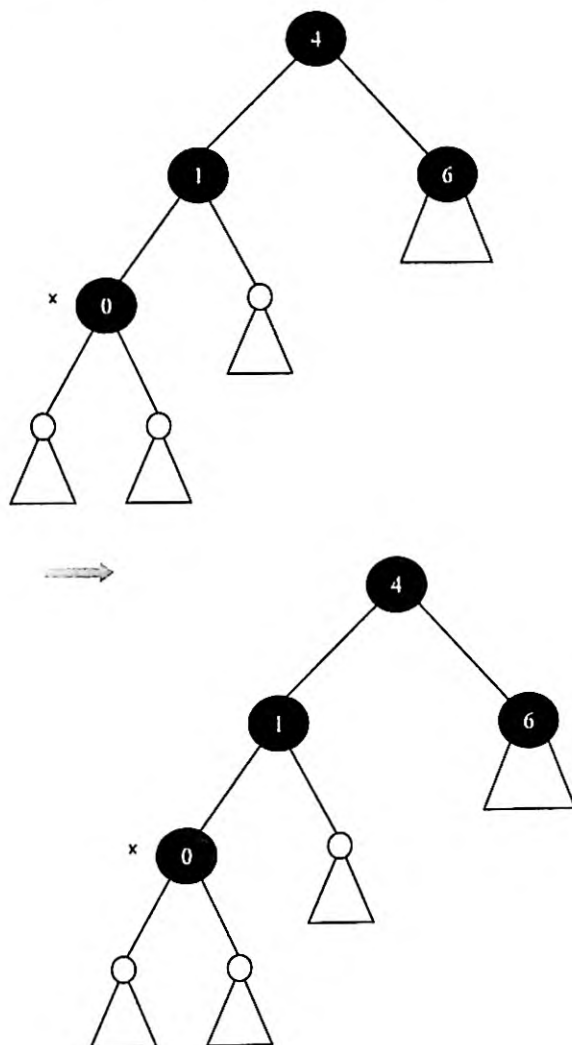
- Todo hijo de un nodo rojo debe ser negro (puede darse el caso de que se inserte el nuevo nodo como hijo de un nodo rojo).

Para realizar la recoloración de nodos se tienen en cuenta las relaciones que posee el nuevo nodo con su padre, su tío y sus abuelos tomando estas relaciones como si se tratase de un árbol genealógico. Para facilitar la implementación de esta estructura también se añade a cada nodo el atributo p que representa una referencia al padre.

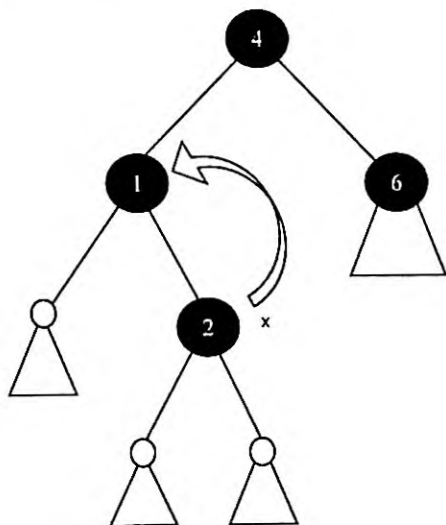


Existen 5 situaciones que pueden encontrarse cuando se inserta un nuevo nodo x en un árbol rojo. Estos casos se describen a continuación:

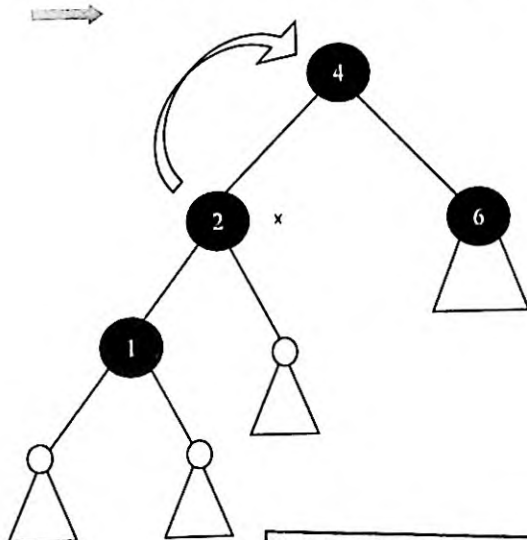
- Caso 1: Si x es la raíz del árbol entonces se pinta de color negro.
- Caso 2: Si el padre y el tío de x son rojos, entonces ambos nodos son pintados de negro y el abuelo de rojo. El procedimiento debe continuar en el nodo abuelo porque la nueva coloración puede haber provocado una violación de las invariantes (la raíz debe ser negra o todo hijo de un nodo rojo debe ser negro).



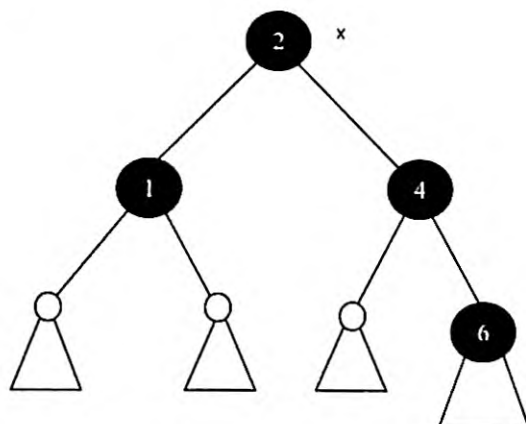
- Caso 3: Si x es hijo derecho de su padre que tiene color rojo y es hijo izquierdo de su padre (abuelo de x) y además el tío de x tiene color negro. En este caso se realiza una rotación a la izquierda sobre x para convertirlo en el caso 4. El procedimiento debe continuar en x .



Luego de la primera rotación (a la izquierda) para llegar al caso 4.



(Caso 4) Luego de la segunda rotación (a la derecha) y la nueva coloración

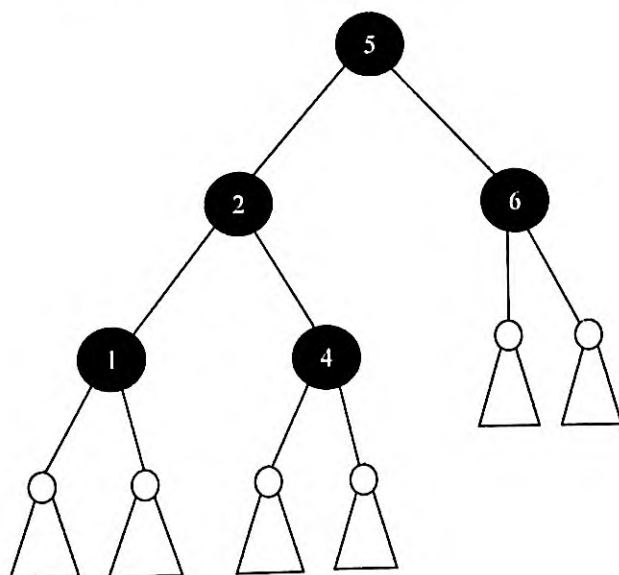
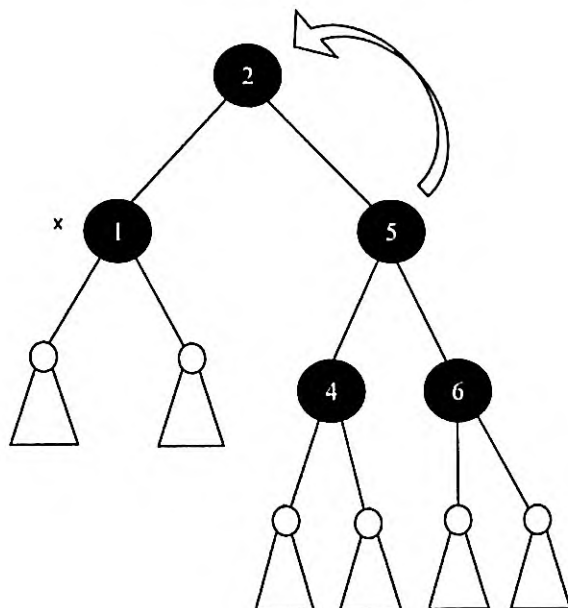


El procedimiento termina pues la reestructuración y el cambio de color no introducen ninguna violación de las invariantes.

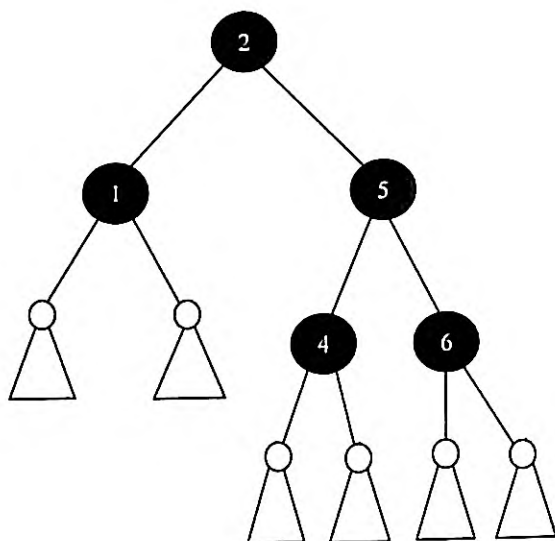
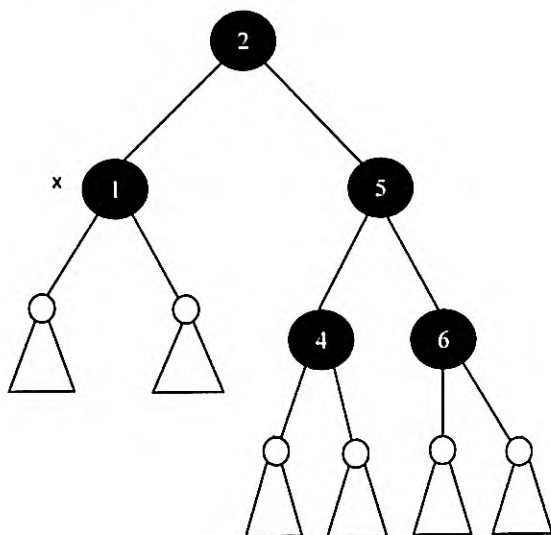
- Caso 4: Si x es hijo izquierdo de su padre que tiene color rojo y es hijo izquierdo de su padre (abuelo de x) y además el tío de x tiene color negro. Se realiza una rotación a la derecha sobre x y se intercambia su color con el del padre.

La operación de eliminación resulta más compleja que la operación de inserción y la dificultad principal surge cuando se elimina un nodo negro. La eliminación de un nodo rojo se puede llevar a cabo de igual forma que se realiza en un árbol binario de búsqueda, ninguna complicación emerge en este caso porque la cantidad de nodos negros en todos los caminos se mantiene, ningún nodo rojo se ubica adyacente a otro y la raíz permanece negra porque el nodo eliminado era rojo y por tanto no podía ser la raíz antes de la operación. Los casos que implican cierto grado de complejidad involucran la eliminación de un nodo negro x y son detallados a continuación:

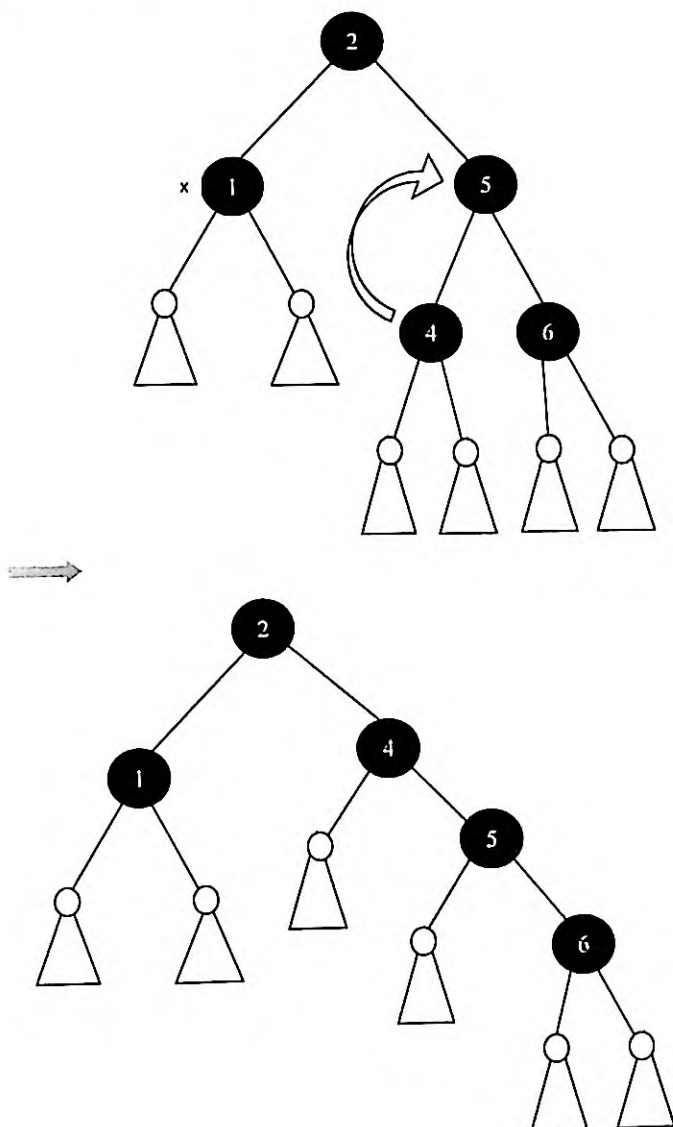
- Caso 1: Si el nodo w , hermano de x , tiene color rojo, entonces, considerando que los hijos de w deben ser negros, intercambiamos los colores del padre de x y w para finalmente llevar a cabo una rotación izquierda en el padre de x . El nuevo hermano de x (hijo de w previo a la rotación) tiene ahora color negro y el caso queda convertido en algunos de los casos 2, 3 o 4 examinados seguidamente.



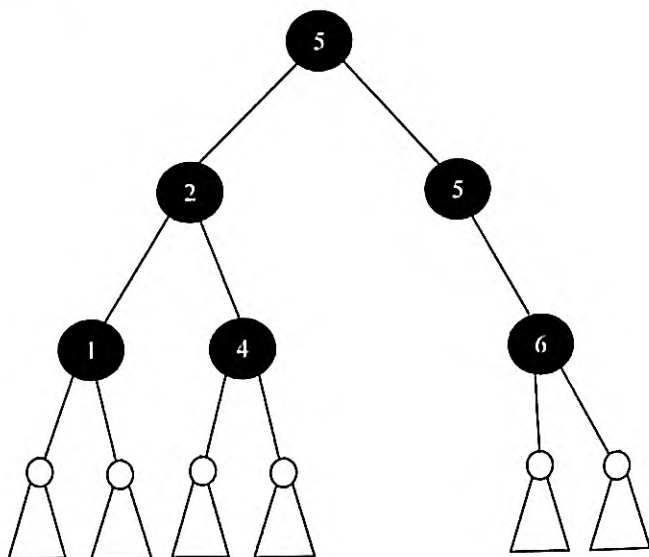
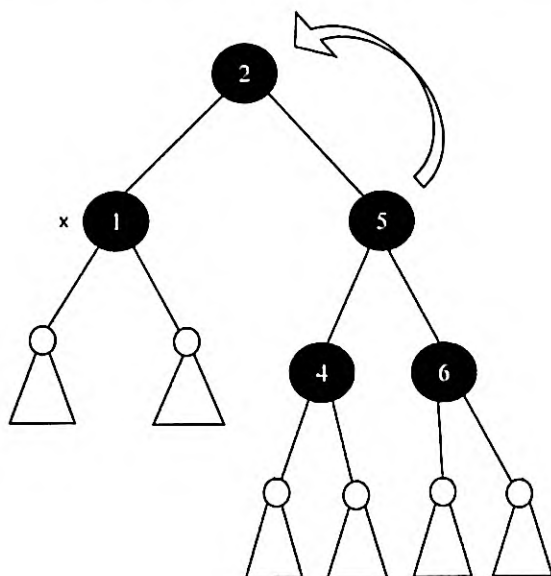
- Caso 2: Si el nodo w (hermano de x que se supone negro) y sus hijos tienen color negro, cambiamos el color de w a rojo. Ahora existe un desbalance en la cantidad de nodos negros provocado por el cambio de color de w . El procedimiento debe continuar en el padre de x y debe considerar todos los casos posibles (del 1 al 4).



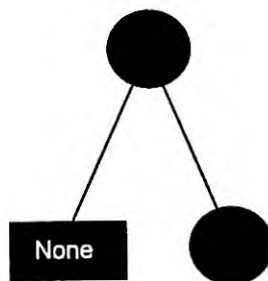
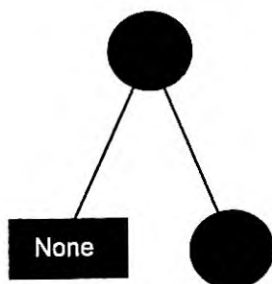
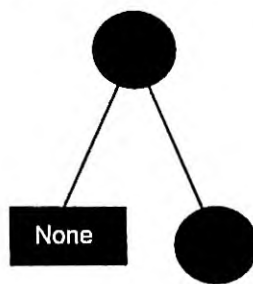
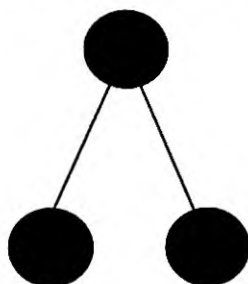
- Caso 3: Si w (hermano de x) es negro, su hijo izquierdo es rojo y su hijo derecho es negro. Se intercambian los colores de w y de su hijo izquierdo y se realiza una rotación a la derecha sobre w . El nuevo hermano de x es ahora un nodo negro que tiene un hijo derecho rojo, situación que corresponde al caso 4.



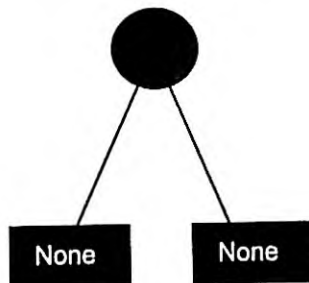
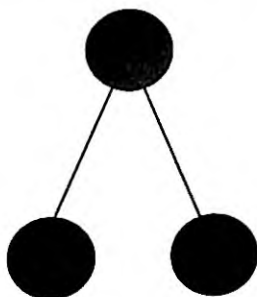
- Caso 4: Si w (hermano de x) es negro y el hijo derecho de w es rojo, entonces recolorando y realizando una rotación a la izquierda en el padre de x se elimina el nodo negro que le sobra a x .



Fijese en que un árbol rojo negro siempre se encuentra balanceado según la altura negra de sus subárboles, considerando como altura negra al número que representa la mayor cantidad de nodos negros desde la raíz hasta un nodo hoja y siempre se cumple que la longitud de la rama más larga del árbol es menor o igual que el doble de la longitud de la rama más pequeña. Para resumir veamos algunas de las situaciones que resultarían en un árbol rojo negro inválido.

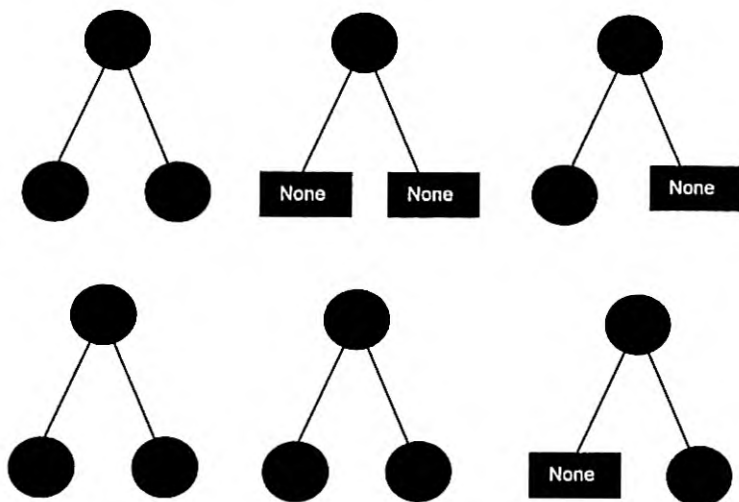


Las únicas relaciones válidas de un nodo rojo con sus hijos son las siguientes:



Python fácil

Las relaciones válidas de un nodo negro con sus hijos se muestran a continuación:



Finalmente, la implementación de la estructura en Python es la siguiente:

```
class arbol_rn(arbol_binario_busqueda):
    _padre = None
    _color = None

    def __init__(self, v, c, p = None, izq = None, der = None):
        super().__init__(v)
        self._color = c
        self._padre = p

    def insertar(self, v):
        if v > self.valor:
            if self.hijoder is not None:
                self.hijoder.insertar(v)
            else:
                self.hijoder = arbol_rn(v, 'rojo', p = self)
                self.hijoder._convertir_rn()
        if v <= self.valor:
            if self.hijoizq is not None:
                self.hijoizq.insertar(v)
            else:
                self.hijoizq = arbol_rn(v, 'rojo', p = self)
                # Garantiza invariantes
                self.hijoizq._convertir_rn()
```

```

def _convertir_rn(self):
    # caso 1
    if self.es_raiz():
        self.color = 'negro'
    else:
        padre = self.padre
        abuelo = padre.padre
        tio = None
        if abuelo:
            if abuelo.hijoizq:
                if abuelo.hijoizq.valor is padre.valor:
                    tio = abuelo.hijoder
                else:
                    tio = abuelo.hijoizq
            if not tio and abuelo:
                tio = arbol_rn(None, 'negro')

    # caso 2
    if padre.color is 'rojo' and tio.color is 'rojo':
        padre.color = 'negro'
        tio.color = 'negro'
        abuelo.color = 'rojo'
        abuelo._convertir_rn()

    # caso 3
    if padre.color is 'rojo' and tio.color is 'negro':
        if self is padre.hijoder and \
            abuelo.hijoizq is padre:
            self.rotacion_izquierda()
            self._convertir_rn()

    # caso 4
    if padre.color is 'rojo' and tio.color is 'negro':
        if self is padre.hijoizq and \
            abuelo.hijoizq is padre:
            abuelo.rotacion_derecha()
            abuelo.hijoder.color = 'rojo'

def es_raiz(self):
    return self.padre is None

def _damecolor(self):
    return self._color

def _definecolor(self, v):
    self._color = v

```

```

def _damepadre(self):
    return self._padre

def _definepadre(self, v):
    self._padre = v

color = property(fget=_damecolor,
                 fset=_definecolor)
padre = property(fget=_damepadre,
                 fset=_definepadre)

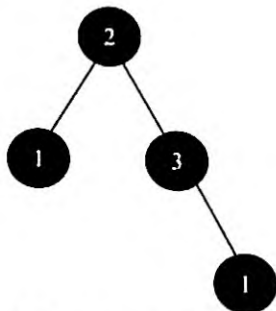
arn = arbol_rn(3, 'negro')
arn.insertar(2)
arn.insertar(1)
arn.insertar(5)

arn.inorden()
print('color', arn.color, 'valor:', arn.valor)
print('color', arn.hijoizq.color, 'valor:', arn.hijoizq.valor)
print('color', arn.hijoder.color, 'valor:', arn.hijoder.valor)
print('color', arn.hijoder.hijoder.color, 'valor:',
      arn.hijoder.hijoder.valor)

```

Run	source
1	"C:\Program Files\Python
2	
3	
4	
5	color negro valor: 2
6	color negro valor: 1
7	color negro valor: 3
8	color rojo valor: 5

La implementación de la operación de borrado se deja al lector como ejercicio. En el código anterior se crea el árbol rojo negro en la variable `arn` y el estado final, sin considerar los nodos `None`, es el siguiente:

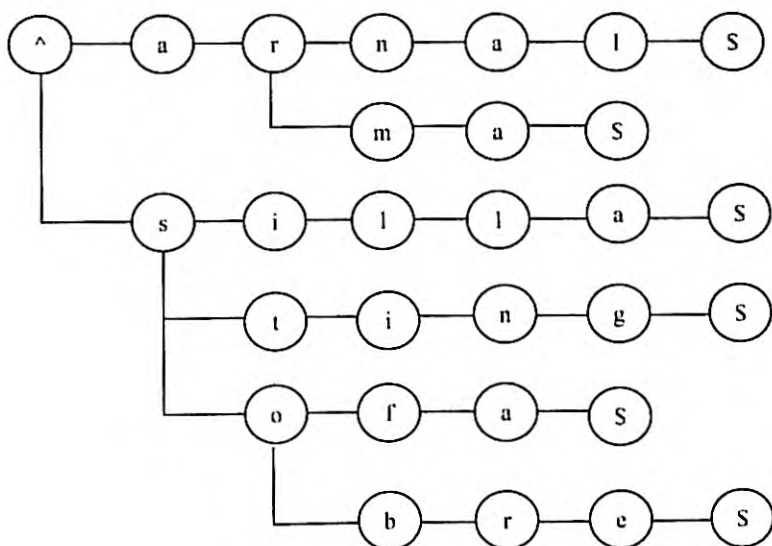


Fijese en que las dos últimas inserciones corresponden a casos analizados previamente y poseen soluciones que implican la ejecución de rotaciones.

7.1.5.4 Trie

Un Trie (del inglés retrieval) es una estructura utilizada con frecuencia en el área de la Recuperación de Información (Information Retrieval) para almacenar de manera eficiente cadenas de texto y lograr optimizar la búsqueda, inserción y eliminación de patrones. Un texto en este contexto se entiende como un conjunto de palabras formadas por caracteres o símbolos de un alfabeto finito y que siempre terminan en el carácter especial \$, suponiendo además que \$ no pertenece al alfabeto. Un Trie permite que los textos sean preprocesados en espacio de manera eficiente y que subsecuentes búsquedas sobre el mismo texto no requieran preprocesamiento. Además las operaciones de inserción y eliminación tampoco implican un nuevo preprocesamiento. Para lograr todo esto la estructura se basa en la reutilización de prefijos de textos previamente agregados para de esta forma optimizar el uso de espacio.

En esencia un Trie es un árbol n-ario donde n es la cantidad de símbolos del alfabeto y donde cada palabra se encuentra representada por un camino desde la raíz hasta una hoja y sus diferentes prefijos por un camino desde la raíz hasta un determinado nodo.



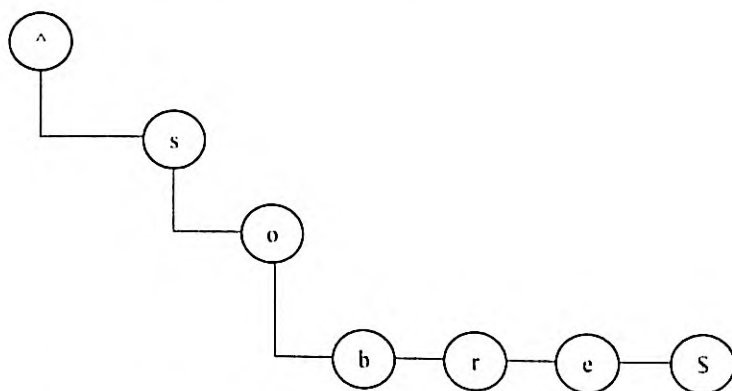
En un Trie la raíz siempre es un nodo con valor ^ que marca el comienzo de todas las palabras almacenadas en el Trie. La operación de búsqueda en esta estructura es lineal y solo conlleva un recorrido por los caracteres del texto a

encontrar. Además, resulta superior en eficiencia al compararse con la búsqueda realizada por otras estructuras como las listas o los árboles binarios de búsqueda.

sting
sofa
arnaldo
arma
silla
sobre

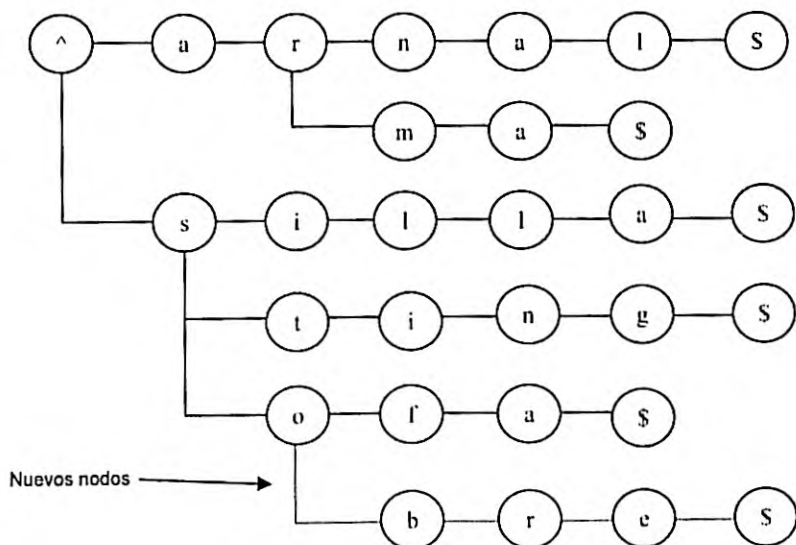
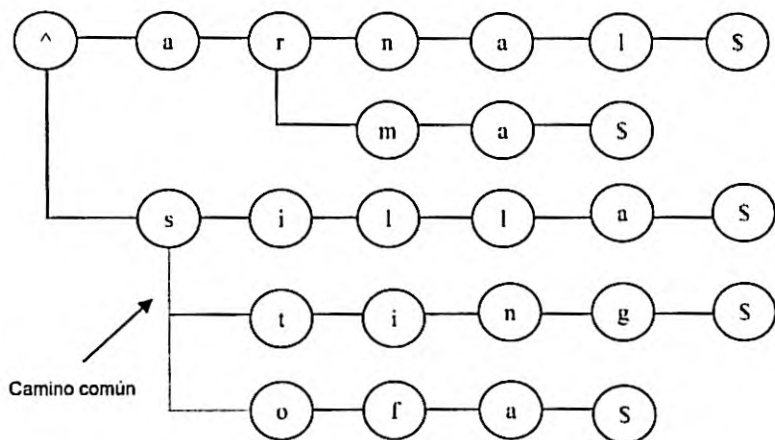
La búsqueda de la palabra 'sobre' implica que se recorran todos los elementos de la lista

La búsqueda en un Trie resulta tan eficiente porque la propia estructura almacena los textos de forma tal que si dos de estos comparten un prefijo x, entonces ese prefijo solo se almacenará una sola vez en la estructura, garantizando de esta forma un uso óptimo del espacio y proveyendo búsquedas guiadas en todo momento por prefijos del texto a encontrar. En el Trie presentado anteriormente, la búsqueda del patrón 'sobre' se realizaría comenzado por la raíz para luego seguir en el hijo con valor 's', luego en su nodo hijo 'o' y así sucesivamente hasta llegar al nodo con el símbolo especial \$, si no se logra llegar a este nodo entonces se supone que el texto no se encuentra en la estructura.



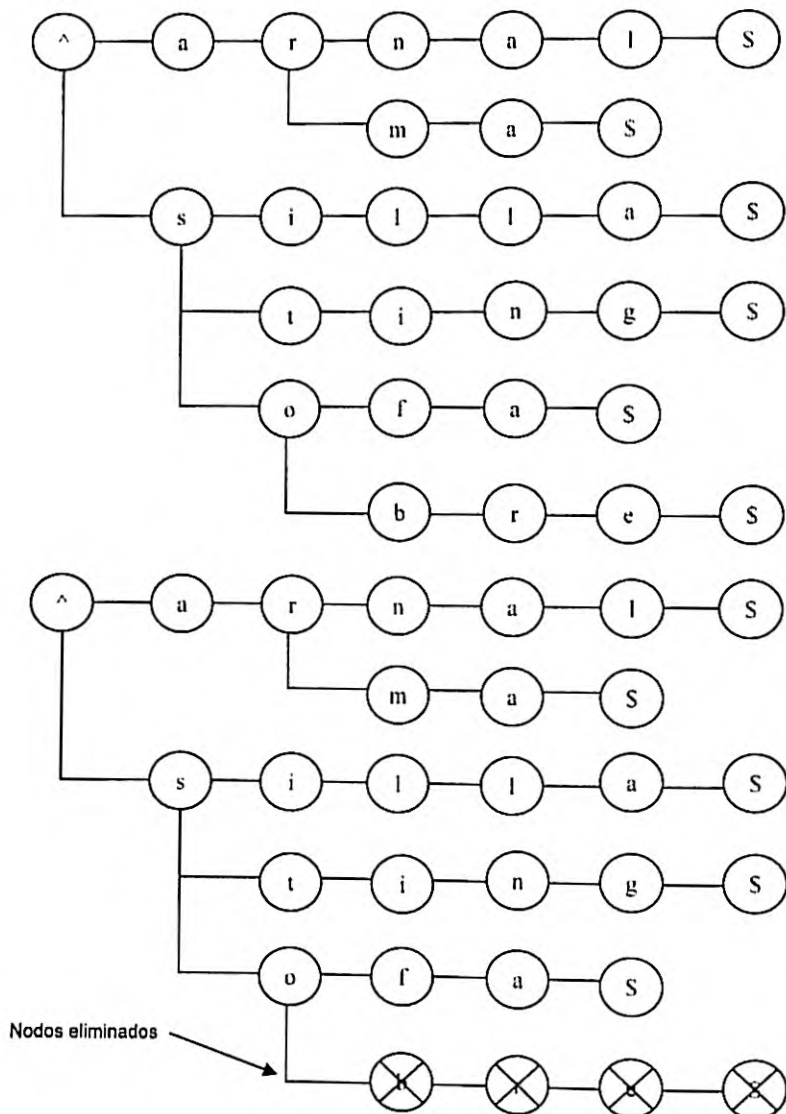
La inserción de un texto x, se realiza en un procedimiento de dos fases, primeramente se busca el camino que representa el prefijo más largo que comparten los textos incluidos en el Trie y el texto x. Seguidamente se incluyen los

caracteres que no pertenecen a este prefijo como nuevos nodos del Trie comenzando desde el último nodo que representa el último carácter del prefijo común. Considerando el siguiente Trie, en caso de insertar la cadena 'sobre' entonces el prefijo común aparecería destacado en verde mientras que el camino azul se toma como la inclusión que debe realizarse de nuevos nodos finalizando con el nodo \$.



Para eliminar un texto x, se comienza realizando una búsqueda cuyo resultado debe coincidir con el texto x, de lo contrario este no se encuentra en el Trie y no

existe ningún paso futuro a ejecutar. Una vez encontrado x, se van eliminando de derecha a izquierda (comenzando por \$) todos los nodos que representan caracteres de x y que poseen un solo hijo. Si un nodo de x es hoja entonces se supone que solo se relaciona con el propio x y no con ningún otro texto, entonces es borrado. Observe cómo se elimina el texto 'sobre' del siguiente Trie:



Finalmente la implementación de la estructura de datos en Python es la siguiente:

```
class nodo:

    _valor = ''
    _hijos = []

    def __init__(self, v):
        self._valor = v
        self._hijos = []

    def eliminar_hijo(self, v):
        for i in range(len(self._hijos)):
            if self._hijos[i]._valor == v:
                self._hijos.pop(i)
                break

    def damevalor(self):
        return self._valor

    def definevalor(self, v):
        self._valor = v

    valor = property(fget = damevalor,
                    fset=definevalor)

class trie:

    _raiz = None

    def __init__(self):
        self._raiz = nodo('^')

    def buscar(self, t):
        prefijo = self.prefijo_comun(t)

        nodo = prefijo[0]
        long = prefijo[1]
        for h in nodo._hijos:
            if h._valor == '$' and long is len(t):
                return True
        return False

    def prefijo_comun(self, t):
        actual = self._raiz
        i = 0
        encontrado = False
        nodos = []
```

```

        for caracter in t:
            for hijo in actual._hijos:
                if hijo._valor is caracter:
                    actual = hijo
                    i += 1
                    encontrado = True
                    nodos.append(hijo)
                    break
            if not encontrado: break
        encontrado = False

    return [actual, i, nodos]

def insertar(self, t):
    prefijo = self.prefijo_comun(t)
    nodo_comienzo = prefijo[0]
    comienzo = prefijo[1]

    for i in range(comienzo, len(t)):
        nodo_comienzo._hijos.append(nodo(t[i]))
        l = len(nodo_comienzo._hijos)
        nodo_comienzo = nodo_comienzo._hijos[l - 1]

    nodo_comienzo._hijos.append(nodo('$'))

def eliminar(self, t):
    prefijo = self.prefijo_comun(t)
    nodo = prefijo[0]
    long = prefijo[1]
    nodos = prefijo[2]
    for h in nodo._hijos:
        if h._valor == '$' and long is len(t):
            # Borrando nodos hojas

            nodos.append(h)
            nodos.insert(0, self._raiz)
            nodos = list(reversed(nodos))
            # Eliminando de derecha a izquierda
            for i in range(len(nodos)):
                if len(nodos[i]._hijos) is 0:
                    nodos[i+1].eliminar_hijo(nodos[i]._valor)
            break

t = trie()
t.insertar('sting')
t.insertar('sofa')
t.insertar('sobre')
t.insertar('arnaldo')

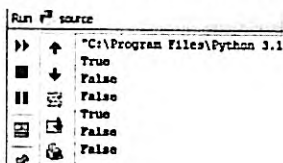
```

```

print(t.buscar('arnaldo'))
print(t.buscar('arnaldon'))
print(t.buscar('stinger'))
print(t.buscar('sting'))

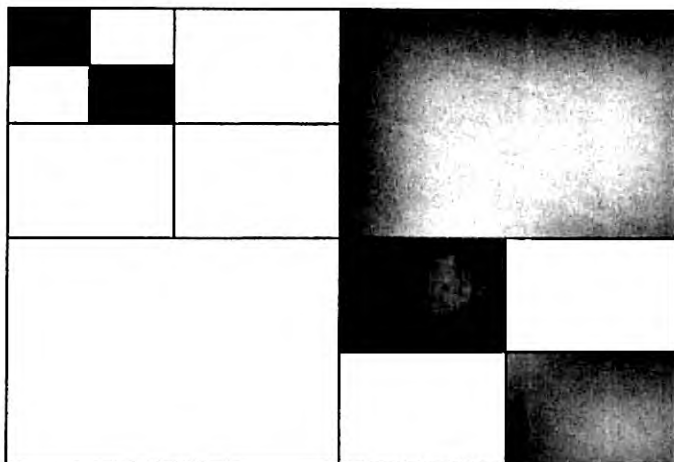
t.eliminar('arnaldo')
t.eliminar('sofa')
print(t.buscar('arnaldo'))
print(t.buscar('sofa'))

```



7.1.5.5 QuadTree

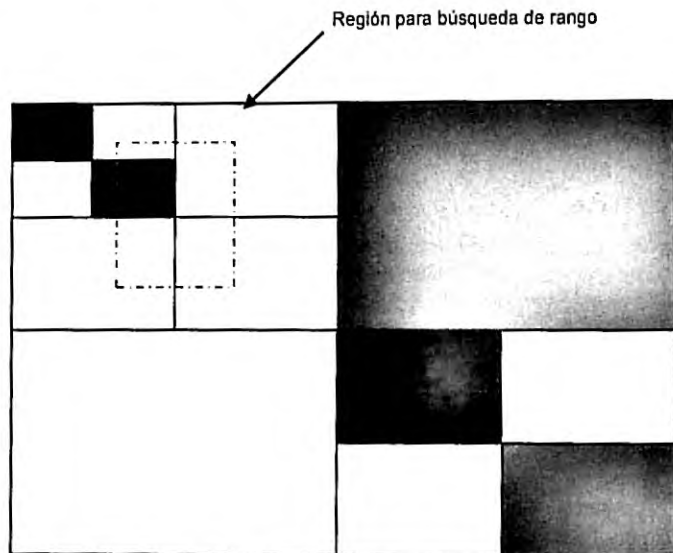
Un QuadTree es un árbol 4-ario (cada nodo tiene a lo sumo 4 hijos) utilizado para representar puntos en dos dimensiones en el plano. Para ello particiona en 4 regiones iguales una zona cuadrada que constará a su vez de varias subdivisiones del mismo tipo según sea necesario y termina en los nodos hojas que representan en sí los puntos.



Cada partición crea un nuevo nivel en el QuadTree y cada una de estas puede verse como otro QuadTree. Los nodos hojas tienen un color pues el QuadTree es utilizado para representar imágenes. Se puede considerar que el primer nivel se

encontrará en las coordenadas $R = [xmin; xmax] \times [ymin; ymax]$ y que el punto medio por donde se realizará la primera partición estará en $P = ((xmax + xmin)/2; (ymax+ymin)/2)$.

La búsqueda de rango en un QuadTree es una de las operaciones que con más frecuencia se le solicita a la estructura y se realiza en base a una región A que se recibe como entrada. La salida es el conjunto de puntos que pertenecen al QuadTree y se encuentran en dicha región.



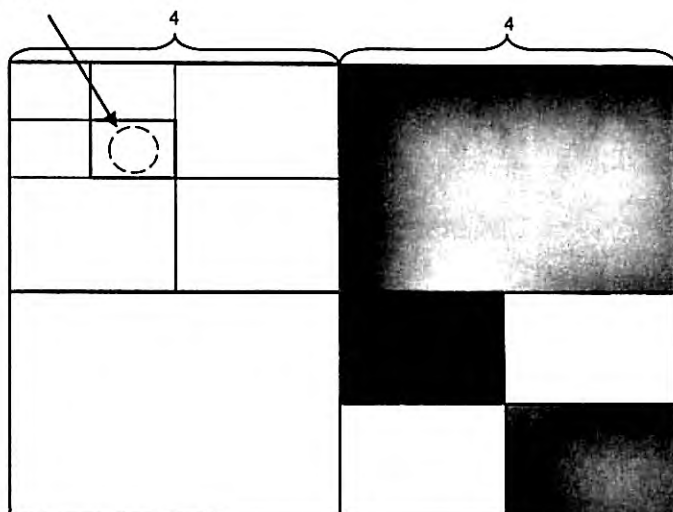
El proceso de búsqueda comienza por la raíz del QuadTree y una comparación de su región R con la región A. De esta comparación pueden desprenderse varios casos:

- Si la intersección de R con A es vacía, entonces no es necesario recorrer el subárbol pues ninguno de los hijos tendrá tampoco puntos que se encuentren en A.
- La región A contiene completamente a R, entonces debe retornarse como respuesta cada una de las hojas del subárbol.
- La región A no tiene intersección vacía con R, entonces se continúa el procedimiento recursivamente en cada hijo del subárbol.

La inserción es una de las operaciones más sencillas en un QuadTree y recibe como entrada un punto P a incluir en la estructura. Se comienza desde el subárbol raíz y se procede recursivamente accediendo al descendiente que posee la región por donde debe incluirse el punto P. Si este descendiente no tiene hijos entonces

se particiona la región (en 4 partes iguales) y se continúa recursivamente hasta llegar a las coordenadas de P, punto que luego es insertado.

Pto P = (2,2)



La implementación de esta estructura en Python se presenta a continuación:

```
class punto:

    color = None
    coord = None

    def __init__(self, x, y, c):
        self.coord = [x,y]
        self.color = c

    def damexcoord(self):
        return self.coord[0]

    def dameycoord(self):
        return self.coord[1]

    x = property(fget=damexcoord)
    y = property(fget=dameycoord)
```

```

class quadtree:
    # Regiones
    sup_izq = None
    sup_der = None
    inf_izq = None
    inf_der = None

    pto_medio = None
    color = None
    # Coordenadas
    xmax = None
    xmin = None
    ymax = None
    ymin = None

    def __init__(self, xmax, xmin, ymax, ymin):
        if xmax - xmin != ymax - ymin:
            raise Exception('Las longitudes deben ser'
                              'iguales')
        self.pto_medio = ((xmax+xmin)/2, (ymax+ymin)/2)
        self.xmax = xmax
        self.xmin = xmin
        self.ymax = ymax
        self.ymin = ymin
        self.color = 'blanco'

    def insertar(self, p):
        if self.pertenece(p):
            if self.xmax - self.xmin <= 1 and \
               self.ymax - self.ymin <= 1:
                self.color = p.color
                return
            if self.vacio():
                self.divide()
        self.sup_izq.insertar(p)
        self.sup_der.insertar(p)
        self.inf_izq.insertar(p)
        self.inf_der.insertar(p)

```

```

def divide(self):
    self.sup_izq = quadtree(self.pto_medio[0],self.xmin,
                             self.pto_medio[1],self.ymin)
    self.sup_der = quadtree(self.xmax,self.pto_medio[0],
                             self.pto_medio[1],self.ymin)
    self.inf_izq = quadtree(self.pto_medio[0],self.xmin,
                             self.ymax,self.pto_medio[1])
    self.inf_der = quadtree(self.xmax,self.pto_medio[0],
                             self.ymax,self.pto_medio[1])

# Devuelve True si el punto p pertenece al QuadTree
def pertenece(self, p):
    if self.xmin <= p.x < self.xmax and\
       self.ymin <= p.y < self.ymax:
        return True
    return False

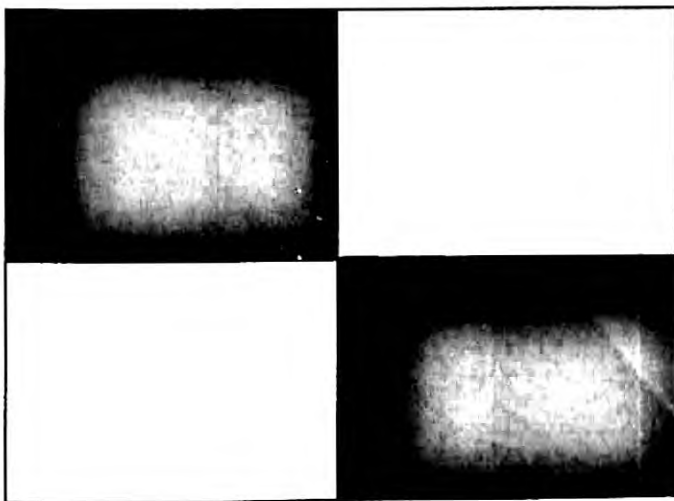
def vacio(self):
    if self.sup_izq is None:
        return True

q = quadtree(4,2,4,2)
q.insertar(punto(2,2,'negro'))
q.insertar(punto(3,3,'negro'))

```



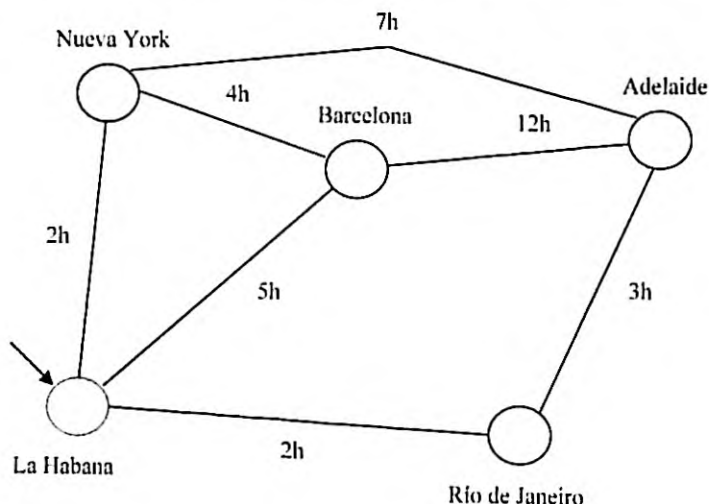
El QuadTree que resulta de las operaciones realizadas en el código anterior (inserción de puntos (2,2) y (3,3) de color negro) es el siguiente:



Se propone al lector que piense e implemente la operación de eliminación en un QuadTree. La próxima sección detallará una estructura ampliamente utilizada en Ciencias de la Computación y que resulta además en una generalización del árbol. Se trata de los grafos.

7.1.6 Grafos

Un grafo es un par $\langle V, E \rangle$ donde V es el conjunto no vacío de vértices o nodos y E es el conjunto de aristas. Además, (a, b) pertenece a E si y solo si a y b pertenecen a V . Se atribuye su formulación al famoso matemático Leonhard Euler en el artículo que presentara en 1736 y donde daba respuesta a la interrogante de los puentes de Königsberg: ¿Es posible, partiendo de un punto cualquiera y cruzando una vez por cada puente, llegar al lugar de partida? La respuesta a esta pregunta era negativa y yacía en el estudio de la teoría de grafos. Actualmente los grafos como estructuras de datos son empleados para modelar y obtener soluciones a una gran cantidad de problemas. Entre los grafos más utilizados en la modelación de problemas se encuentran los grafos ponderados. Un grafo se dice ponderado cuando cada arista tiene asociada un peso que puede ser un número real, entero, positivo entero, etc. Los grafos ponderados suelen emplearse para modelar problemas de optimización muchas veces vinculados necesariamente con heurísticas y metaheurísticas debido a su alta complejidad computacional. Entre estos problemas vale mencionar el conocido problema del viajante. El problema del viajante intenta solucionar la problemática de ofrecer a una persona un recorrido que pase por n ciudades recorriendo cada ciudad una sola vez y donde el recorrido concluya en la misma ciudad donde comenzó. En este caso las ciudades pueden verse como nodos del grafo y las conexiones entre estos como el tiempo o la distancia que existe entre una ciudad y otra.



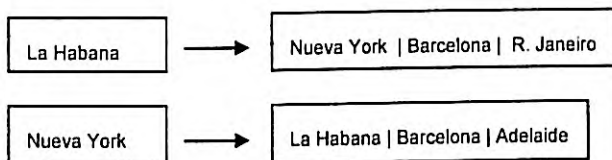
Los grafos se representan computacionalmente considerando las relaciones de adyacencia entre sus nodos. Existen dos representaciones fundamentales, estas están basadas en una matriz de adyacencia y en una lista de adyacencia.

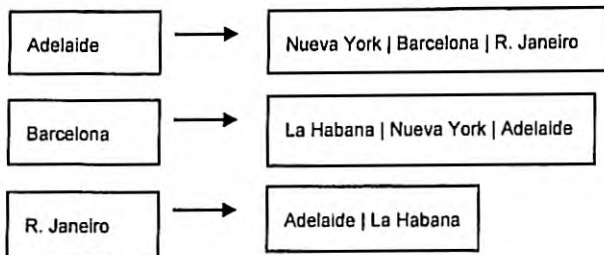
La matriz de adyacencia, como el nombre sugiere, consiste en una matriz donde el valor de cada celda (i, j) define la relación entre los nodos i y j . Este valor puede ser True para denotar que i, j se encuentran conectados o puede ser un valor numérico en caso de tratarse de un grafo ponderado. Para el grafo presentado al comienzo de esta sección (ejemplo del viajante) la matriz de adyacencia sería la siguiente:

Nodos Nodos	La Habana	Nueva York	Barcelona	Adelaide	R. Janeiro
La Habana	0	2	5	-1	2
Nueva York	2	0	4	7	-1
Barcelona	5	4	0	12	-1
Adelaide	-1	7	12	0	3
R. Janeiro	2	-1	-1	3	0

Fíjese en que las celdas con números negativos indican la ausencia de conexión, de modo que a partir de la matriz de adyacencia se puede representar el grafo teniendo en cuenta solo las aristas con pesos mayores o iguales a cero. La tabla anterior podría representar el plan de vuelos de una aerolínea, expuesta a los pasajeros con la intención de hacerles saber el tiempo de vuelo al que estarían sometidos una vez abordado el avión.

Otra forma bastante utilizada para representar grafos es la lista de adyacencia. Nuevamente, como el nombre indica, se emplea una lista que tiene por elementos pares de la forma $(n, \text{adyacentes}(n))$ donde n es un nodo del grafo y adyacentes es una lista con los nodos adyacentes a n . Para el ejemplo del grafo modelado previamente la lista de adyacencia sería la siguiente:





De manera general la representación que se escoja dependerá en gran medida de la aplicación a desarrollar. En grafos donde la cantidad de aristas sea un número cercano a $n(n-1)/2$ (máximo posible de aristas en un grafo) la representación por matriz de adyacencia consume bastante memoria y en todos los casos proveen un acceso inmediato a los datos al depender únicamente de la indexación. No sucede así con las listas de adyacencia en las que puede requerirse un recorrido por todos los adyacentes de un nodo para verificar el valor o la existencia de una arista y en el peor caso este recorrido visitará cada nodo del grafo. Una posible implementación de un grafo basado en matriz de adyacencia se presenta a continuación:

```

class grafo.

    _matriz = []
    _n = 0

    def __init__(self, n):
        for i in range(n):
            self._n = n
            self._matriz.append([])
            for j in range(n):
                self._matriz[i].append(-1)

    def insertar(self, i, j, p):
        if self._n < i < 0 or self._n < j < 0:
            raise Exception('Nodos incorrectos')
        self._matriz[i][j] = p

    def borrar(self, i, j):
        if self._n < i < 0 or self._n < j < 0:
            raise Exception('Nodos incorrectos')
        self._matriz[i][j] = -1

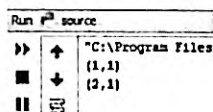
    def imprime_aristas(self):
        for i in range(self._n):
            for j in range(self._n):
                if self._matriz[i][j] >= 0:
                    print('(' + str(i) + ', '
                        + str(j) + ')')

```

```

g = grafo(4)
g.insertar(1,1,2)
g.insertar(2,1,1)
g.imprime_aristas()

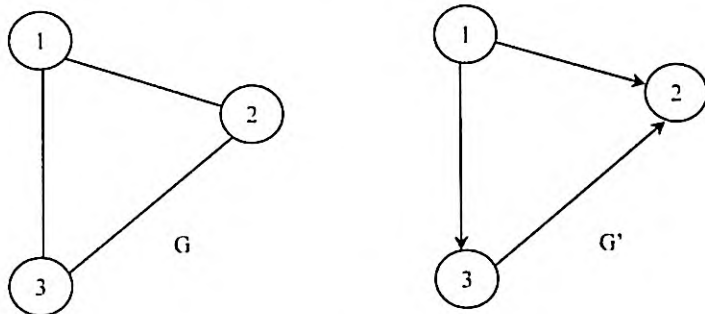
```



A lo largo de este libro se han analizado variaciones de grafos y, en especial, su caso particular más conocido, los árboles. Hasta el momento se ha considerado que no existe dirección en las aristas que conforman el conjunto E o lo que es equivalente, que la arista $(a, b) = (b, a)$. Los grafos en los que se cumple esta condición son conocidos como grafos no dirigidos que difieren de los dirigidos en los que puede darse el caso que la arista (a, b) sea diferente de la arista (b, a) . La distinción estará dada en estos casos por la orientación o dirección que tengan las aristas. Observe que en un grafo no dirigido se cumple que $(a, b) = (b, a)$ porque las aristas carecen de dirección. La próxima subsección estará dedicada al estudio de los grafos no dirigidos.

7.1.6.1 Dígrafos

Un grafo dirigido o dígrafo es un par $\langle V, E \rangle$ donde V es el conjunto (no vacío) de nodos, E es el conjunto de aristas y donde cada arista es un par ordenado. La diferencia principal entre un grafo dirigido y otro no dirigido es precisamente que en el primero las aristas son pares ordenados mientras que en el segundo no lo son.



En los dos grafos anteriores, el de la izquierda que es no dirigido y el de la derecha que es dirigido, se puede evidenciar el efecto que tienen sus diferencias conceptuales. En el grafo G existe el camino $\{1, 2, 3\}$ mientras que en G' el camino al comenzar en el nodo 1 puede continuar en 2 o 3 dado que así lo indica la dirección de las aristas que salen de 1. Luego si continúa en el nodo 2 no podría continuar en 3 porque no existe arista que salga de 2 hasta 3. La definición de grado de un vértice en un grafo dirigido cambia ligeramente de la versión no dirigida y se divide en dos componentes: el grado de salida y el grado de entrada. El grado de

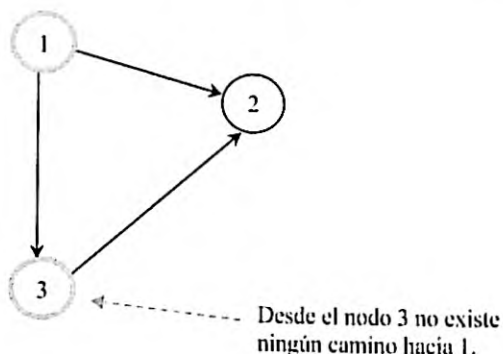
Python fácil

salida de un nodo v indica la cantidad de aristas que salen de v hacia otros vértices; y el grado de entrada, la cantidad de aristas que vienen de otros vértices y terminan en v . En el ejemplo anterior (dígrafo G), el grado de salida del nodo 2 es 0 y su grado de entrada es 2.

La representación computacional utilizada para grafos dirigidos es la misma que se emplea para grafos no dirigidos, simplemente cambia la interpretación que se le atribuye a las estructuras. Por ejemplo la matriz de adyacencia para el dígrafo G sería la siguiente:

Nodos \ Nodos	1	2	3
1	False	True	True
2	False	False	False
3	False	True	False

La interpretación que se le atribuye a la tabla anterior es que si existe una celda (fila, columna) con valor verdadero entonces debe existir una arista que va desde el nodo que se identifica con 'fila' al nodo que se identifica con 'columna'. Observe que en un dígrafo puede existir un vértice inalcanzable, esto es, un vértice desde el cual no exista camino comenzando por alguno de los nodos restantes.

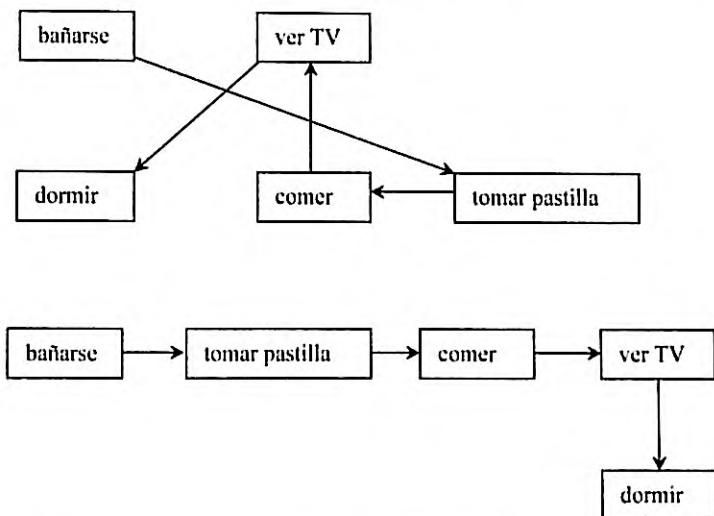


Cuando en un dígrafo se cumple que cualquiera de los dos vértices es alcanzable, se dice que es fuertemente conexo.

Un dígrafo se dice que es acíclico cuando no existe camino que comience en un nodo, termine en ese mismo nodo y no repita vértices. Los grafos dirigidos

acíclicos son utilizados en muchas aplicaciones para indicar precedencia entre procesos. Estas aplicaciones suelen basarse en un ordenamiento lineal de los vértices conocido como orden topológico.

Se dice que un conjunto de vértices están ordenados topológicamente cuando se cumple que al existir la arista (a, b) en G entonces el nodo 'a' debe aparecer primero en este ordenamiento que el nodo 'b'. En la siguiente figura se muestra un grafo dirigido y seguidamente su orden topológico.

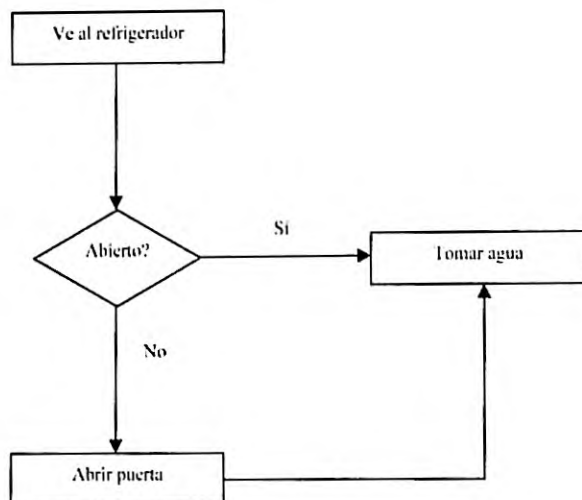


Durante secciones venideras estaremos describiendo una serie de algoritmos que se enmarcan en campos tan disímiles como la teoría de números y la teoría de grafos. La intención será mostrar al lector las formas de pensar y analizar sobre las que puede abordarse el desarrollo de un algoritmo para obtener buenos resultados en cuanto a eficiencia e implementación.

7.2 Algoritmos

Un algoritmo es una secuencia finita de pasos que puede recibir una entrada y devolver una salida. Buscando analogía con la vida real un algoritmo puede verse como la receta de cocina de un pastel. La receta cuenta con un conjunto de prerequisites, azúcar, coco, etc. y luego de una secuencia de pasos devuelve una salida que sería el pastel en sí. Entre los algoritmos más conocidos se encuentran el algoritmo de Euclides y el algoritmo de la división.

Los algoritmos pequeños suelen ser representados gráficamente mediante diagramas de flujo que pueden brindar una visión bastante clara del funcionamiento del algoritmo y de los pasos que involucra. El siguiente diagrama muestra gráficamente un posible algoritmo para tomar agua del refrigerador.



La forma de representar gráficamente los distintos elementos de un algoritmo varía en función del sistema de diagrama empleado. En el ejemplo anterior el símbolo de rombo identifica una condicional.

Otro componente utilizado con frecuencia para describir un algoritmo es el pseudocódigo (el prefijo *pseudo* significa 'falso, ficticio'). Un pseudocódigo es una manera de escribir un algoritmo donde se mezclan construcciones sintácticas del lenguaje natural (que empleamos para comunicarnos en la vida cotidiana) con construcciones de los lenguajes de programación, en definitiva la idea es dejar plasmado con claridad y legibilidad el funcionamiento del algoritmo. El pseudocódigo que se observa a continuación corresponde con el algoritmo de la toma de agua del refrigerador.

```

Algoritmo tomar_agua
  r = ve_refrigerador
  si no r.abierto entonces
    r.abre
  toma_agua
fin
  
```

La ventaja fundamental que ofrece un pseudocódigo sobre un diagrama de flujo es que el primero puede resultar mucho más fácil de comprender cuando se trata de un algoritmo con cierto grado de complejidad y también mucho más cercano a un lenguaje de programación concreto, lo cual hace que la traducción sea mucho más sencilla.

7.2.1 Prueba de primalidad

Los números primos han sido conocidos de manera implícita o explícita por el hombre desde la antigüedad. En tiempos tan remotos como el año 300 a. de C., la obra *Elementos* del conocido matemático griego Euclides define lo que se conoce actualmente como número primo y además, de manera trascendental, propone el famoso teorema en el que se demuestra que el conjunto de los números primos es infinito. Las investigaciones referentes a los números primos han pasado de la mano de grandes matemáticos como es el caso de Fermat, Euler o Riemann. En el presente los números primos nos acompañan día a día al formar parte indispensable de los sistemas de cifrado de clave pública y como base en algoritmos criptográficos clásicos como el RSA que se basan en la imposibilidad que existe de factorizar números grandes (mayores que 10^{100}) en factores primos con los ordenadores actuales. Muchas son las conjeturas que rodean a los números primos y muchas serán las puertas que se abrirán a la ciencia si varias de estas logran resolverse. Es por eso que aún hoy en día y después de más de 2000 años de los descubrimientos de Euclides, los números primos son un tema que atrae a una gran cantidad de teóricos de las matemáticas y que suscita dudas, preguntas e indudablemente incita a la investigación y a intentar resolver los enigmas que los envuelven.

Un número p se dice que es primo si sus únicos divisores son 1 y p . En caso contrario, se dice que es compuesto; el número 1 no se considera primo. Se considera a q como divisor de un número n si el resto de la división n/q es cero. El número 2 es primo porque los únicos números que lo dividen son el 1 y el propio 2 y este es el único número primo par. En el intervalo de enteros $[2, 100]$ los números primos son los siguientes:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,
53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

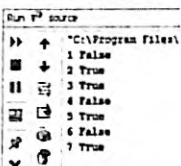
Una prueba de primalidad es un método que dado un número entero decide si es primo. Existen muchas pruebas de primalidad que se aplican a subconjuntos del conjunto de números primos, como es el caso de la prueba de Lucas-Lehmer que solo se aplica a números de Mersenne. Esta sección pretende iniciar al lector en el tema así que los algoritmos a analizar representan pruebas de primalidad simples que requieren un mayor tiempo de cómputo que otros métodos más sofisticados y actuales.

Probablemente el algoritmo más trivial que pueda aparecer en nuestra mente cuando pensamos en decidir si un número n es primo consista en recorrer todos los números desde el 2 hasta $n - 1$ y basarnos en el hecho de haber encontrado algún divisor en este recorrido para decidir si n es un número primo. La implementación de este algoritmo se presenta a continuación:

```
def es_primo(n):
    if n is 1:
        return False

    for i in range(2,n):
        if n%i is 0:
            return False
    return True

print('1', es_primo(1))
print('2', es_primo(2))
print('3', es_primo(3))
print('4', es_primo(4))
print('5', es_primo(5))
print('6', es_primo(6))
print('7', es_primo(7))
```



```
Run > source
>> + "C:\Program Files\
1 False
2 True
3 True
4 False
5 True
6 False
7 True
X
```

El algoritmo anterior puede mejorarse si se tiene en cuenta que el recorrido pasa por números por los cuales resulta innecesario una pregunta como $n\%i$ dado que con antelación sería posible determinar si n es primo. El algoritmo mejorado sería el siguiente:

```
def es_primo_mejorado(n):
    if n is 1:
        return False
    # nuevo limite del recorrido
    j = int(n**0.5) + 1
    for i in range(2,j):
        if n%i is 0:
            return False
    return True

print('1', es_primo_mejorado(1))
print('2', es_primo_mejorado(2))
print('3', es_primo_mejorado(3))
print('4', es_primo_mejorado(4))
print('5', es_primo_mejorado(5))
print('6', es_primo_mejorado(6))
print('7', es_primo_mejorado(7))
```



```
Run > source
>> + "C:\Program
1 False
2 True
3 True
4 False
5 True
6 False
7 True
X
```

Para comprender por qué sería suficiente finalizar el recorrido hasta $\text{raíz_cuadrada}(n) + 1$ supongamos que decidimos realizar el recorrido completo y que llegado el número $\text{raíz_cuadrada}(n)$ no se ha encontrado un número i que divida a n . Si n no es primo entonces debe tener al menos dos divisores en el intervalo $[\text{raíz_cuadrada}(n)+1, n-1]$ porque un número compuesto siempre puede escribirse como $n = ab$ donde a y b son mayores que 1, así que deben existir a, b en dicho intervalo tal que se cumpla la última igualdad. Pero el menor valor que puede asociarse a los números a y b en este intervalo es $\text{raíz_cuadrada}(n)+1$ y resulta entonces que:

$$(\text{raíz_cuadrada}(n)+1) * (\text{raíz_cuadrada}(n)+1) = n + 2 * \text{raíz_cuadrada}(n) + 1 = m$$

Lo cual supone una contradicción pues m siempre es mayor que n . De esta forma se demuestra que para decidir si un número es primo basta con analizar los números hasta la raíz cuadrada de n .

7.2.2 Ordenamiento

El ordenamiento es una de las primeras tareas que realizara una computadora. El término ordenador deriva de esta idea que vincula a esta máquina que todos conocemos con la función básica de ordenar. El problema ha llevado a la creación de una gran cantidad de algoritmos que intentan realizar la tarea de ordenamiento cada vez en un tiempo computacional menor. En definitiva, un algoritmo de ordenación es un método que recibe una lista de elementos y los reordena de manera tal que al final queden organizados en la lista de menor a mayor según una determinada función de comparación, que recibe dos elementos y devuelve 0 si son iguales, 1 si el primero es mayor que el segundo o -1 si el segundo es mayor que el primero. Se dice que un algoritmo de ordenación es estable cuando al contener la lista los elementos A y B en las posiciones respectivas i, j , se cumple que luego del ordenamiento A y B permanecen en las mismas posiciones. Cuando esta condición no se cumple se dice que el algoritmo es inestable.

Antes del ordenamiento

...	...	A	B
-----	-----	---	-----	-----	---	-----	-----	-----	-----

Después del ordenamiento

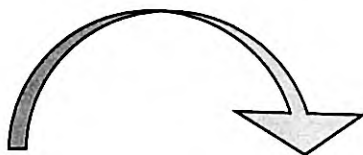
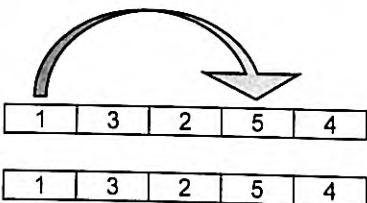
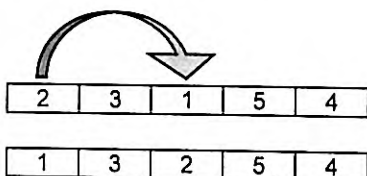
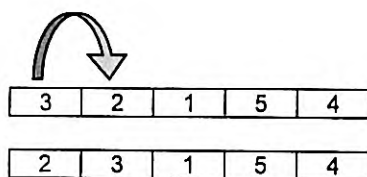
...	...	A	B
-----	-----	---	-----	-----	---	-----	-----	-----	-----

Algunos de los más populares algoritmos de ordenación serán descritos en subsecciones venideras.

7.2.2.1 Mínimos sucesivos

El algoritmo de mínimos sucesivos probablemente sea uno de los algoritmos de ordenación más fáciles de implementar y comprender. Realiza un primer recorrido desde el primer elemento de la lista, comparándolo con todos los que le siguen e intercambiándolos cada vez que encuentra uno menor de forma tal que al finalizar este recorrido se garantiza que el menor de los elementos quedará en la primera posición, luego realiza un segundo recorrido comenzando desde la segunda posición de la lista y siguiendo la misma operatoria, continúa de esta forma hasta que se hayan completado $n-1$ recorridos (n es la longitud de la lista). A continuación se muestra el proceder del algoritmo al recibir como entrada la lista [3, 2, 1, 5, 4] y durante la primera iteración.

Primera iteración:



1	3	2	5	4
---	---	---	---	---

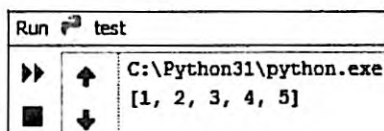
1	3	2	5	4
---	---	---	---	---

El código en Python sería el siguiente:

```
def minimos_sucesivos(lista):
    for i in range(len(lista) - 1):
        for j in range(i+1, len(lista)):
            if lista[i] > lista[j]:
                intercambia(i, j, lista)
```

```
l = [1,2,5,4,3]
minimos_sucesivos(l)
```

```
print(l)
```

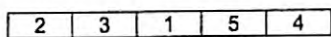
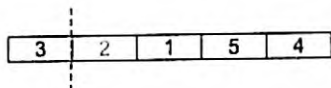


El método es estable, note que si el elemento *A* aparece primero que el elemento *B* en la lista original entonces no se realiza intercambio alguno, el signo que se utiliza para las comparaciones es menor estricto (<) y en caso de cambiarse a menor o igual el algoritmo perdería esta propiedad.

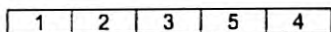
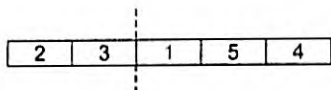
7.2.2.2 InsertionSort

El ordenamiento por inserción (del inglés Insertion Sort) representa una manera bastante intuitiva y humana de realizar el ordenamiento de un conjunto de elementos. En una lista de n elementos el procedimiento supone que siempre los primeros k elementos ($k < n$) se encuentran ordenados, luego inserta el elemento $k+1$ en la posición que le corresponde entre estos primeros k elementos. Este proceder se repite para cada elemento de la lista recorriéndola de izquierda a derecha. El siguiente ejemplo detalla cómo ordenaría este algoritmo la lista [3, 2, 1, 5, 4].

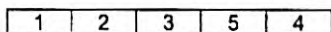
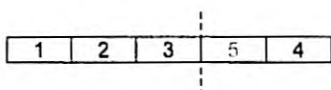
K = 1



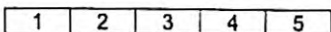
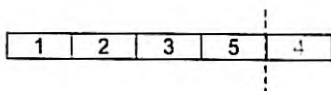
K = 2



K = 3



K = 4

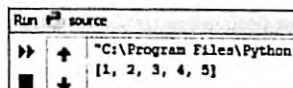


Para insertar el elemento $k+1$ simplemente se recorre la lista de los k primeros y se inserta justo antes del primer elemento mayor que el $k+1$. Al igual que sucede con el ordenamiento burbuja este algoritmo tiene un tiempo computacional cuadrático. La implementación del algoritmo en Python podría ser la siguiente:

```
def ordenamiento_insercion(lista):
    for i in range(1, len(lista)-1):
        inserta(lista, i+1, lista[i+1])
```

```
def inserta(lista, k, v):
    for i in range(k):
        if lista[i] > v:
            lista.pop(k)
            lista.insert(i, v)
    return
```

```
l = [3,4,1,2,5]
ordenamiento_insercion(l)
print(l)
```

En las próximas secciones se analizarán dos algoritmos que se apoyan en la técnica de divide y vencerás como estrategia para conseguir favorables tiempos computacionales en los procedimientos de ordenación que representan. Estos son QuickSort (Ordenamiento rápido) y MergeSort (Ordenamiento por mezcla).

7.2.2.3 QuickSort

Divide y vencerás es una técnica de programación que se basa en la filosofía del famoso refrán, o sea, dividir un problema grande en subproblemas de menor tamaño y resolverlos para dar solución al problema mayor. En el caso computacional la división se realiza recursivamente y hasta tener subproblemas cuya solución es inmediata y a los cuales se les conoce como casos bases.

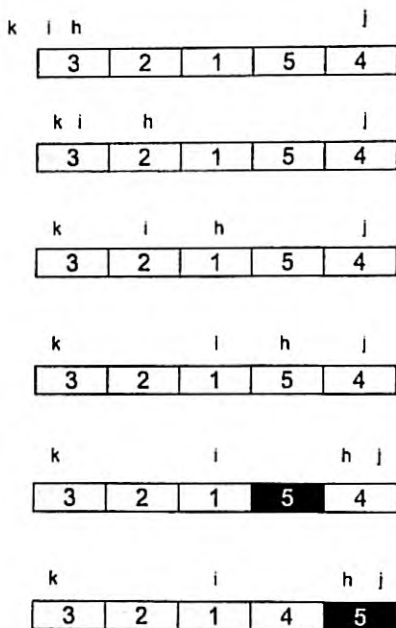
Previamente se mencionó que el algoritmo de ordenación QuickSort se basa en esta técnica de programación. La estrategia en general es la siguiente:

- **Divide:** Particionar la lista $A[i \dots j]$ en dos sublistas $A[i \dots k-1]$ y $A[k+1 \dots j]$ de modo que todo elemento en la primera sea menor o igual que $A[k]$ y todo elemento en la segunda sea mayor que este valor. $A[k]$ es nombrado elemento pivote y rige el orden de la lista en un nivel de la recursividad. Existen diferentes técnicas para escoger al elemento pivote. En este caso escogeremos siempre el último elemento de la lista como pivote.
- **Conquista:** Ordenar las sublistas $A[i \dots k-1]$ y $A[k+1 \dots j]$ realizando llamados recursivos al algoritmo QuickSort.
- **Combina:** Dado que las sublistas están ordenadas y todo elemento de la primera es menor que todo elemento de la segunda, entonces la lista completa se encuentra ordenada y el procedimiento ha concluido.

Las operaciones del procedimiento se realizan en el siguiente orden:

- Escoger un elemento pivote $A[k]$ (en nuestro caso siempre el último).
- Reubicar los elementos de manera que los menores o iguales a $A[k]$ se encuentren a su izquierda en la lista y los mayores a su derecha.
- Continuar recursivamente el procedimiento en cada una de las sublistas anteriores, la primera conformada por los valores menores o iguales a $A[k]$ y la segunda conformada por los valores mayores. La recursividad se detiene cuando la longitud de una sublista sea menor que 2.

Una pieza clave en el algoritmo es el método *particiona* que reorganiza la lista en dos partes: la de elementos menores o iguales que x (a su izquierda) y la de elementos mayores (a su derecha). Este método mantiene siempre un índice k que va incrementando y que marca la división antes descrita. El siguiente ejemplo demuestra cómo operaría para una lista $l = [3, 2, 1, 5, 4]$ y considerando $i = 0, j = \text{len}(l)-1$.



Finalmente se presenta el algoritmo en Python.

```
def quicksort(l):
    def quicksort_rec(l, i, j):
        if i < j:
            k = particion(l,i,j)
            quicksort_rec(l,i,k-1)
            quicksort_rec(l,k+1,j)
        quicksort_rec(l,0,len(l)-1)

    def particion(l,i,j):
        x = l[j]
        k = i - 1
        for h in range(i,j):
            if l[h] <= x:
                k += 1
                intercambia(l,h,k)
        intercambia(l,k+1,j)
        return k+1

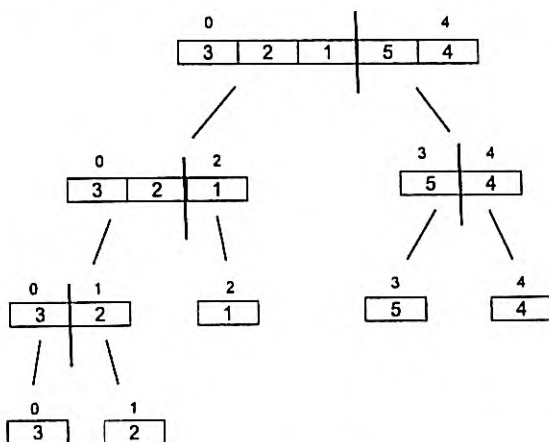
l = [3,4,1,2,5]
quicksort(l)
print(l)
```

```
Run test
>> C:\Python31\python.exe
[1, 2, 3, 4, 5]
```

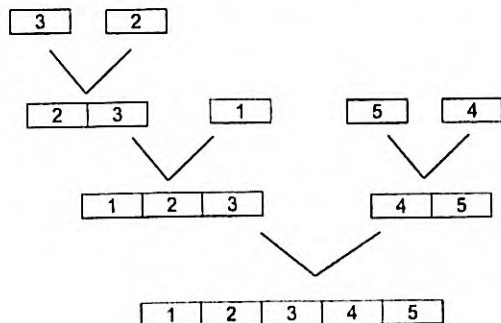
Durante la próxima sección se estará analizando otro algoritmo de ordenación basado en la técnica divide y vencerás, que además obtiene el mejor de los tiempos computacionales de todos los procedimientos de ordenación estudiados hasta el momento. Se trata del método de Ordenación por Mezcla.

7.2.2.4 MergeSort

El algoritmo de Ordenación por Mezcla (del inglés MergeSort) fue desarrollado por el conocido matemático húngaro John Von Neumann en el año 1945. El procedimiento representa un ejemplo clásico de los beneficios en organización, claridad, legibilidad y eficiencia que puede traer la técnica de divide y vencerás. El procedimiento se ejecuta recursivamente en cada mitad de la lista luego, teniendo las dos mitades ordenadas, se mezclan para tener la lista completa ordenada. La recursividad se detiene cuando la lista tiene tamaño 1. Un ejemplo de su ejecución se presenta a continuación:

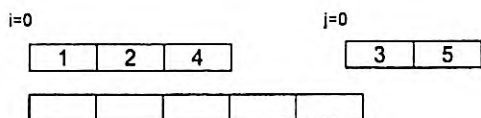


Cuando se sube por el árbol de recursión se aplica el método *merge* para mezclar los elementos de las dos sublistas ordenándolas en una sola.

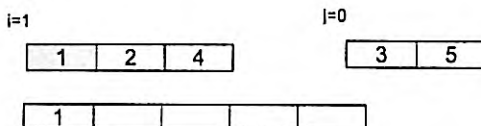


Python fácil

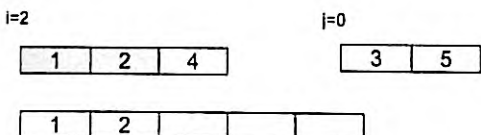
El algoritmo que mezcla dos sublistas es bastante simple porque funciona con el supuesto de que las dos listas se encuentran ordenadas. Simplemente realiza un recorrido por la sublista de menor longitud agregando elementos a una nueva lista que tiene por longitud la suma de las anteriores. Para añadir un elemento a la lista resultante siempre se selecciona el menor elemento al comparar los actuales de cada sublista, el elemento actual está marcado por un Índice que tiene cada sublista, al encontrarlo se incrementa el índice asociado. El siguiente ejemplo ilustra el funcionamiento del algoritmo para mezclar las listas [1, 2, 4] y [3, 5].



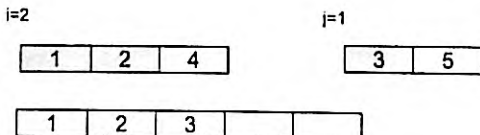
1<37



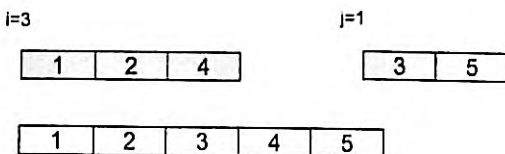
2<3?



4<3?



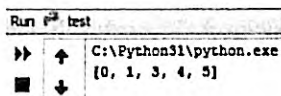
4<5?



El código de este método de ordenación se propone a continuación:

```
def mergesort(l):
    def mergesort_rec(l,i,j):
        if i < j:
            k = int((i+j)/2)
            mergesort_rec(l,i,k)
            mergesort_rec(l,k+1,j)
            mezcla(l,i,k,j)
        mergesort_rec(l,0,len(l)-1)
    def mezcla(l,i,k,j):
        len_sublista_izq = k - i + 1
        len_sublista_der = j - k
        izq = []
        der = []
        # Llenando sublistas a partir de l
        for h in range(len_sublista_izq):
            izq.append(l[i + h])
        for h in range(len_sublista_der):
            der.append(l[k + 1 + h])
        i1 = 0
        i2 = 0
        for h in range(i,j+1):
            # La lista izq ha terminado
            if i1 < 0:
                l[h] = der[i2]
                i2 += 1
            # La lista der ha terminado
            elif i2 < 0:
                l[h] = izq[i1]
                i1 += 1
            elif izq[i1] <= der[i2]:
                l[h] = izq[i1]
                i1 += 1
                if i1 >= len(izq):
                    i1 = -1
            else:
                l[h] = der[i2]
                i2 += 1
                if i2 >= len(der):
                    i2 = -1

l = [3,4,1,5,0]
mergesort(l)
print(l)
```



Fíjese en que el código del método *mezcla* puede factorizarse mucho más. Se ha presentado de esta forma para que resulte comprensible al lector y se propone factorizar el último conjunto de cláusulas *if...elif...else*.

7.2.3 Potenciación binaria

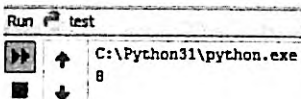
La potenciación es una función que recibe dos argumentos: la base a y la potencia b , se denota por a^b y es equivalente a la operación de multiplicación realizada con el número a como segundo operando $b-1$ veces ($a*a$)* a ... a . Probablemente el algoritmo más simple que aparece en la mente de todos para resolver este problema es tan trivial como multiplicar el número a por sí mismo una cantidad de veces especificada por b , este algoritmo es conocido como algoritmo ingenuo de la potenciación.

```
def pot_ingenua(n,m):
    result = 1

    for i in range(m):
        result *= n

    return result

print(pot_ingenua(2,3))
```



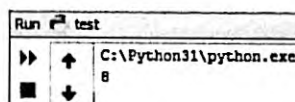
El problema con la versión ingenua es que resulta extremadamente ineficiente cuando a o b son números grandes. Una estrategia mucho más efectiva puede lograrse cuando se considera b en su forma binaria dando lugar al algoritmo de potenciación binaria.

```
def pot_exp (n, m):
    binary = bin(m)[2:]
    result = 1

    for digit in binary:
        result *= result
        if digit == '1':
            result *= n

    return result

print(pot_exp(2,3))
```



La idea con este algoritmo es utilizar la representación binaria de la potencia para reducir en \log_2 el número de iteraciones requeridas para producir un resultado. Para comprender por qué esto funciona considera la forma binaria de b .

$$b = b_0 + 2^1 \cdot b_1 + \dots + 2^n \cdot b_n$$

La cadena binaria que identifica a este número, tomada de derecha a izquierda es $b_n b_{n-1} \dots b_0$. Si se quisiera añadir un dígito b_{n+1} en el extremo izquierdo de la representación anterior entonces el número quedaría de la siguiente manera:

$$b_{n+1} + 2 \cdot b = b_{n+1} + 2 \cdot (b_0 + 2^1 \cdot b_1 + \dots + 2^n \cdot b_n)$$

Sería necesario multiplicar cada dígito en la antigua forma binaria de b por 2 dado que estamos desplazando cada uno hacia la derecha. Si el dígito añadido tiene valor 1 entonces también sería necesario añadirlo para obtener el decimal que corresponde a su nueva forma binaria.

Suponiendo que b es la potencia, el resultado de la operación anterior causará que la base sea multiplicada por sí mismo y luego multiplicada una segunda vez si el dígito añadido es 1.

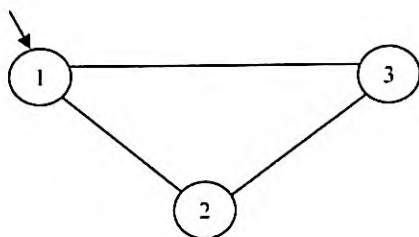
Esta operación puede ser repetida para cada dígito de la representación binaria de b obteniendo el resultado final a^b y demostrando la correctitud del algoritmo.

7.2.4 Grafos

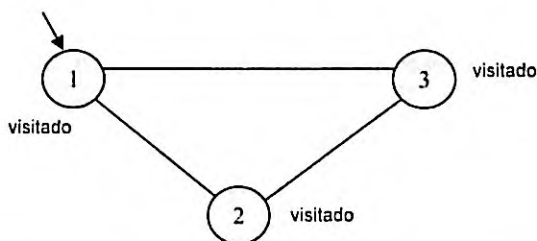
Durante esta sección se analizarán varios de los algoritmos de grafos más elementales, algunos de los cuales representan generalizaciones de algoritmos aplicados en árboles.

7.2.4.1 DFS

El recorrido primero en profundidad (del inglés *Depth First Search*) fue analizado previamente para el caso arboreo. Recordemos que la filosofía del método es visitar el nodo actual y luego recursivamente cada subárbol que corresponda a sus hijos en el orden en que estos aparezcan. El recorrido adaptado a grafos no es muy diferente de la versión arborea, la única modificación significativa está dada por el hecho de la existencia de ciclos en grafos. Fíjese en que para el siguiente ejemplo llevar a cabo un DFS como se llevaría a cabo en un árbol implicaría la entrada en un ciclo infinito.



Si se comienza el recorrido por el nodo 1, entonces se toma el primer hijo que puede ser 2, seguidamente el primer hijo del nodo 2 que resulta ser 3, el recorrido sigue en 1 y se vuelven a repetir estas operaciones indefinidamente quedando estancados en un bucle infinito. Para solucionar este problema se agrega a cada nodo un campo booleano llamado *visitado*. Ahora es posible conocer cuándo un nodo ha sido visitado y se evitan visitas múltiples.



La implementación del algoritmo utilizando grafos basados en matriz de adyacencia se presenta a continuación:

```

class nodo:

    _valor = None
    _visitado = False

    def __init__(self, v):
        self._valor = v
        self._visitado = -1
  
```



```

class grafo:

    _matriz = []
    _n = 0

    def __init__(self, n):
        for i in range(n):
            self._n = n
            self._matriz.append([])
            for j in range(n):
                self._matriz[i].append(nodo(-1))

    def insertar(self, i, j):
        if self._n < i < 0 or self._n < j < 0:
            raise Exception('Nodos incorrectos')
        self._matriz[i][j] = nodo(1)

    def dfs(self, n):
        print('Recorrido nodo ',n)
        self._matriz[n][n]._visitado = 1
        for j in self.adyacentes(n):
            if self._matriz[j][j]._visitado is -1:
                self.dfs(j)

    def adyacentes(self, i):
        result = []
        for j in range(self._n):
            if self._matriz[i][j]._valor > 0 and i!=j:
                result.append(j)
        return result

g = grafo(3)
g.insertar(0,1)
g.insertar(1,2)
g.insertar(0,2)

g.dfs(0)

```

Run test	
▶▶	↑ C:\Python31\python.exe
■	↓ Recorrido nodo 0
■	↓ Recorrido nodo 1
■	↓ Recorrido nodo 2

7.2.4.2 BFS

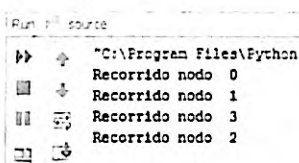
Al igual que sucede con el recorrido analizado en la sección anterior, el BFS puede fácilmente aplicarse a grafos reutilizando la idea de tener un campo *visitado* que indique cuándo un nodo ha sido recorrido. El código, que pertenece como método a la clase grafo de la sección anterior, es el siguiente:

```
def bfs(self, n):
    c = cola()
    c.encola(n)
    # Marcar como visitado
    self._matriz[n][n]._visitado = 1

    while c.cantidad > 0:
        actual = c.primerero
        print('Recorrido nodo ', actual)

        for j in self.adyacentes(actual):
            # No visitado
            if self._matriz[j][j]._visitado is -1:
                c.encola(j)
                self._matriz[j][j]._visitado = 1
        c.desencola()

g = grafo(4)
g.insertar(0,1)
g.insertar(1,2)
g.insertar(0,3)
g.insertar(1,3)
g.bfs(0)
```

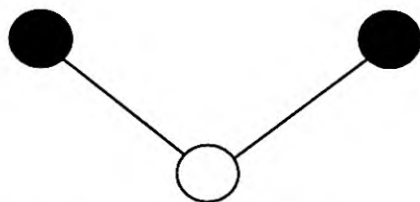


En la próxima sección se describirá un algoritmo aplicado al caso particular de uno de los problemas clásicos de la teoría de grafos, problema que se encuentra además, relacionado con diferentes ramas de la ciencia y que se conoce como la coloración de un grafo.

7.2.4.3 K-coloración

Una coloración de vértices en un grafo es una asignación de colores a los nodos de manera tal que siempre se cumpla que dos nodos adyacentes no comparten color. Es un tema bastante popular en el área de las matemáticas y encuentra sus orígenes en la problemática de colorear los países en un mapa geográfico.

Una k -coloración en un grafo es una coloración del mismo donde se emplean a lo sumo k colores. Por otra parte, el menor número de colores que resulta indispensable utilizar para colorear un grafo se conoce como número cromático. El siguiente ejemplo muestra un grafo que es posible colorear utilizando solo dos colores.



Conocer si un grafo permite una 2-coloración siempre resulta interesante porque esto garantiza que el conjunto de vértices se puede particionar en 2 conjuntos A y B cumpliéndose que todas las aristas tengan un extremo en un nodo de A y el otro en un nodo de B. Los grafos que posibilitan una 2-coloración son conocidos como bipartitos. El siguiente código ilustra un algoritmo para determinar si un grafo es 2-coloreable. En caso afirmativo el método devolverá dos listas representando los conjuntos A y B; en caso negativo, retornará None.

```
def dos_coloracion(self):
    blancos = [0]
    negros = []
    c = cola()
    c.encola(0)

    while c.cantidad > 0:
        actual = c.primer()
        color = blancos
        if actual in blancos:
            color = negros

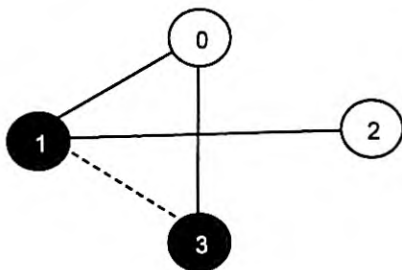
        for j in self.adyacentes(actual):
            if j in blancos and color is negros:
                return None
            if j in negros and color is blancos:
                return None
            if j not in negros and j not in blancos:
                c.encola(j)
                color.append(j)
        c.desencola()
    return [blancos, negros]
```

```
g = grafo(4)
g.insertar(0,1)
g.insertar(1,2)
g.insertar(0,3)

print(g.dos_coloracion())
g.insertar(1,3)
print(g.dos_coloracion())
```

```
Run IPython source
>> ↑ "C:\Program Files\Python
    ↓ [[0, 2], [1, 3]]
    None
```

El grafo del ejemplo anterior antes de insertar la arista (1,3) resulta ser:



Cuando se inserta la última arista (1,3) el grafo deja de ser bipartito pues el nodo 1 se conecta ahora con los restantes nodos forzándolos a tener el mismo color. Considerando que 0 y 3 están conectados lo anterior es imposible y el grafo ha perdido la propiedad de ser 2-coloreable o bipartito.

El tema de la coloración de grafos es extremadamente abundante en investigaciones, teoremas y resultados y se recomienda al lector que profundice en la temática por sus propios medios ya que escapa al propósito de este libro brindar un análisis mayor del que se ha brindado en esta sección.

Ejercicios del capítulo

1. Investigue y programe el algoritmo de ordenación BubbleSort (ordenamiento burbuja).
2. Programe el método factorial(n) que calcula el valor que corresponde a factorial de n haciendo uso de una pila que simule la recursividad. Nota: no puede existir ningún llamado recursivo en el método.
3. Cree una clase Tri-Árbol que representa un árbol 3-ario (a lo sumo 3 hijos) donde los nodos tengan valores enteros e implemente las siguientes operaciones:
 - Insertar_min(x): inserta x como nodo hijo de la hoja con menor valor en el árbol.
 - Insertar_max(x): inserta x como nodo hijo de la hoja con mayor valor en el árbol.
 - Insertar(x): inserta x como hijo del primer nodo con una cantidad de hijos menor que 3.
 - Imprimir(): imprime el valor de los nodos del árbol siguiendo un recorrido a lo ancho.
 - Buscar(x): devuelve True si x se encuentra en el árbol, en caso contrario devuelve False.
4. Implemente el conocido algoritmo de Euclides para calcular el máximo común divisor de dos números enteros.
5. Implemente la forma extendida del algoritmo de Euclides que permite obtener los coeficientes x , y tales que $ax + by = d$ donde a , b son los números de los que se quiere conocer d , el máximo común divisor.
6. Cree una clase Cola-Relacion que se apoya en una tabla de relaciones para establecer el orden en la cola. Las operaciones a desarrollar son las siguientes:
 - Encolar(x): si no existe relación que vincula a x con alguno de los elementos en la cola entonces x se encola al final. En caso contrario se encola detrás del primer elemento en la cola con el que se vincule.
 - Desencolar(): elimina al primer elemento de la cola.
 - Primero: propiedad que devuelve el primero de la cola.
 - Relación(x , y): retorna True si los elementos de la cola x e y se encuentran relacionados; False, en caso contrario.

BIBLIOGRAFÍA

- ASCHER, D. Y LUTZ M. (2003). *Learning Python*. O'Reilly (ISBN 0596002815).
- ASCHER, D. Y MARTELLI A. Y RAVENSCROFT A. (2003). *Python Cookbook*. O'Reilly. (ISBN 0596007973).
- MARTELLI, A. (2006). *Python in a Nutshell*. O'Reilly. (ISBN 0596100469).
- MERTZ, D. (2003). *Text Processing in Python*. Addison Wesley. (ISBN 0321112547).
- NORTON, P. SAMUEL, A. AITEL, D. FOSTER-JOHNSON, E. RICHARDSON, L. DIAMOND, J. PARKER, A. Y ROBERTS, M. (2005). *Beginning Python*. Wiley Publishing. (ISBN 9780764596544).
- HETLAND, L. M. (2007). *Beginning Python from Novice to Professional*. APress.
- CORMEN, H. T. LEISERSON, E. C. RIVEST, L. R. STEIN, C. (2002). *Introduction to Algorithms*. Tercera edición. McGraw-Hill. (ISBN 0262032937).
- CASTANO PÉREZ, A. (2014). *HTML y CSS Fácil*. Marcombo.

Python fácil

Python es uno de los lenguajes más populares de la actualidad. Su sintaxis limpia y sus códigos compactos atraen a estudiantes, profesores y programadores que lo toman como herramienta para la enseñanza y para el desarrollo de proyectos de envergadura. Este libro incluye capítulos sumamente interesantes que abordan temas como los paradigmas de programación en Python, los iteradores y generadores, los decoradores y las metaclasses, el procesamiento de ficheros (XML, HTML, CSV, ficheros comprimidos) y al final un capítulo dedicado al desarrollo de estructuras de datos (pilas, colas, listas enlazadas, árboles, árboles binarios, AVL, Rojo Negro, Trie, QuadTree, grafos, digrafos) y algoritmos (ordenamiento, grafos, matemáticas) en Python.

Arnaldo Pérez Castaño es científico de la computación, graduado de la Universidad de la Habana y Técnico Medio en Contabilidad. Es autor de los libros *JavaScript Fácil*, *HTML y CSS Fácil*. Sirve como reviewer para *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research* de Springer. Es amante del Jazz y del cine.



www.alfaomega.com.mx



"Te acerca al conocimiento"



Alfaomega Grupo Editor